

IL CONCETTO DI FUNZIONE

Nella presente sezione ci si propone di studiare una delle parti più importanti della Matematica, ovvero le funzioni reali di variabile reale, limitatamente, però, soltanto ad alcune classi.

Definizione.

Si definisce *funzione* una relazione tra due *variabili*, denotata con $y = f(x)$, che si legge y è funzione di x . In termini rigorosi una *funzione* è una legge f , di natura qualsiasi,



che ad ogni elemento x di un dato insieme D , contenuto nell'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$, associa uno ed un solo numero reale $y = f(x)$, cioè:



In particolare l'insieme D è il *dominio* o *campo di definizione* o *campo di esistenza* della funzione ed $\mathbb{R}$ è il suo *codominio* o la sua *immagine*.

La variabile x prende il nome di variabile *indipendente*, mentre la variabile y è detta variabile *dipendente*.

Nel corso del presente modulo ci si occuperà, in particolare, dello studio *intuitivo* delle seguenti classi di funzioni:

- 1) polinomiali (di primo, secondo e terzo grado)
- 2) razionali fratte
- 3) esponenziali (aventi a loro volta, come esponente, una funzione appartenente ad una delle classi sopra citate)
- 4) logaritmiche (aventi a loro volta, come argomento, una funzione appartenente ad una delle classi sopra citate)

A tal proposito, riportiamo di seguito lo schema di base cui attenersi per poter poi disegnare una qualunque delle funzioni sopra menzionate:

- a) **determinazione del campo di esistenza C.E.:** bisogna, cioè, stabilire dove la funzione assegnata è definita;
- b) **intersezioni con gli assi cartesiani:** bisogna, cioè, risolvere i seguenti due sistemi:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = f(0) \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} y = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases}$$

il primo dei quali fornisce l'intersezione con l'asse delle y ed il secondo con l'asse delle x ;

- c) **studio del segno della funzione:** bisogna, cioè, determinare per quali valori della x la funzione $y = f(x)$ è positiva o negativa, risolvendo la seguente disequazione:

$$f(x) > 0$$

- d) **calcolo dei limiti agli estremi del campo di esistenza:** bisogna, cioè, studiare il comportamento della funzione agli estremi del suo campo di definizione per la ricerca degli eventuali asintoti;
- e) **studio del segno della derivata prima:** bisogna, cioè, studiare la positività o la negatività della derivata prima, ovvero la crescita e decrescenza della funzione, e di conseguenza calcolare i massimi ed i minimi della funzione stessa.

Nelle sezioni dedicate allo studio delle varie classi di funzioni verranno proposti degli esempi introduttivi commentati seguiti poi da altri esempi sulla base dei quali si potranno, senza alcuna difficoltà, svolgere gli esercizi proposti alla fine di ogni sezione.