

PROTOTIPO I PARZIALE

Risolvere la seguente disequazione razionale intera di I grado

$$\frac{2x-3}{4} - \frac{3-x}{6} > \frac{5x-1}{6} - \frac{3+x}{24} - \frac{1}{6}$$

Trasportiamo tutti i termini del secondo membro al primo membro cambiandoli di segno:

$$\frac{2x-3}{4} - \frac{3-x}{6} - \frac{5x-1}{6} + \frac{3+x}{24} + \frac{1}{6} > 0$$

Determiniamo il minimo comune multiplo:

$$\frac{6(2x-3) - 4(3-x) - 4(5x-1) + 3+x+4}{24} > 0$$

Moltiplichiamo ambo i membri per il minimo comune multiplo:

$$6(2x-3) - 4(3-x) - 4(5x-1) + 3+x+4 > 0$$

Svolgiamo i calcoli:

$$12x - 18 - 12 + 4x - 20x + 4 + 3 + x + 4 > 0$$

Raccogliamo i termini simili:

$$-3x - 19 > 0$$

Cambiamo di segno, invertendo quindi il verso della disequazione:

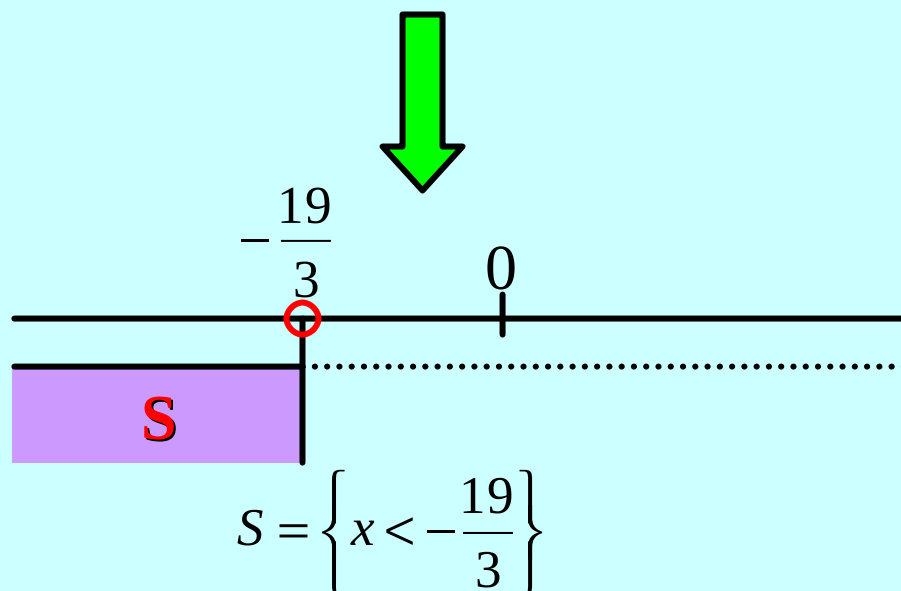
$$3x + 19 < 0$$

Separiamo le incognite dai termini noti:

$$3x < -19$$

Ricaviamo l'incognita x :

$$x < -\frac{19}{3}$$



S è l'insieme delle soluzioni della disequazione assegnata

risolvere la seguente disequazione razionale intera di II grado

$$2x - \frac{x^2 - 7}{4} \geq \frac{4x - 1}{2}$$

**Trasportiamo tutti i termini del secondo membro al primo membro
cambiandoli di segno:**

$$2x - \frac{x^2 - 7}{4} - \frac{4x - 1}{2} \geq 0$$

Determiniamo il minimo comune multiplo:

$$\frac{4(2x) - (x^2 - 7) - 2(4x - 1)}{4} \geq 0$$

Moltiplichiamo ambo i membri per il minimo comune multiplo:

$$4(2x) - (x^2 - 7) - 2(4x - 1) \geq 0$$

Svolgiamo i calcoli:

$$\cancel{8x} - x^2 + 7 - \cancel{8x} + 2 \geq 0$$

Raccogliamo i termini simili:

$$-x^2 + 9 \geq 0$$

Cambiamo di segno, invertendo quindi il verso della disequazione:

$$x^2 - 9 \leq 0$$

Osserviamo che il primo membro, costituito dalla differenza di due quadrati, si può scrivere come prodotto di una somma per una differenza:

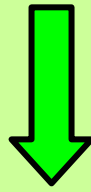
$$(x - 3)(x + 3) \leq 0$$

Le soluzioni dell'equazione associata:

$$(x - 3)(x + 3) = 0$$

coincidono, per la legge di annullamento del prodotto, con le soluzioni del seguente sistema:

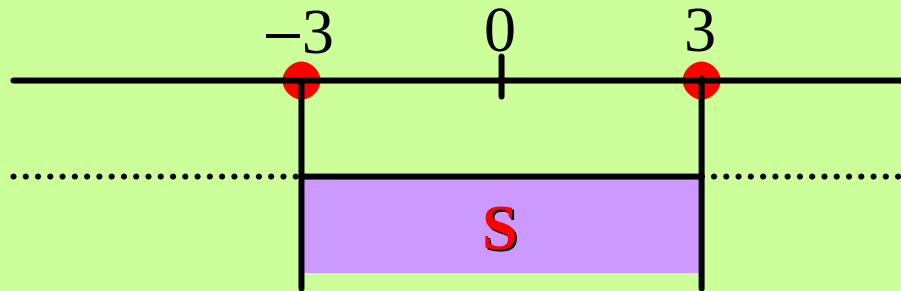
$$\begin{cases} (x - 3) = 0 \\ (x + 3) = 0 \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$



La disequazione:

$$2x - \frac{x^2 - 7}{4} - \frac{4x - 1}{2} \geq 0$$

è soddisfatta per valori interni:



$$S = \{ -3 \leq x \leq +3 \}$$

Risolvere la seguente disequazione razionale fratta

$$\frac{8}{2x+5} \geq \frac{7}{3x-2}$$

**Trasportiamo tutti i termini del secondo membro al primo membro
cambiandoli di segno:**

$$\frac{8}{2x+5} - \frac{7}{3x-2} \geq 0$$

Determiniamo il minimo comune multiplo:

$$\frac{8(3x-2) - 7(2x+5)}{(2x+5)(3x-2)} \geq 0$$

Svolgiamo i calcoli:

$$\frac{24x - 16 - 14x - 35}{(2x+5)(3x-2)} \geq 0$$

Trattandosi di una frazione, essa sarà definita, nel campo dei numeri reali, solo se il suo denominatore risulterà non nullo:

$$\begin{cases} 2x+5 \neq 0 \\ 3x-2 \neq 0 \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} x \neq -\frac{5}{2} \\ x \neq \frac{2}{3} \end{cases}$$

**CONDIZIONI
DI
ESISTENZA**

Passiamo ora allo studio della nostra disequazione:

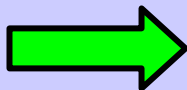
$$\frac{24x-16-14x-35}{(2x+5)(3x-2)} \geq 0 \quad \longleftrightarrow \quad \begin{cases} 24x-16-14x-35 \geq 0 \\ (2x+5)(3x-2) > 0 \end{cases}$$

N.B.!

È una frazione: numeratore e denominatore devono essere entrambi positivi o entrambi negativi affinché sia soddisfatta la disequazione (ci poniamo nel primo caso!)

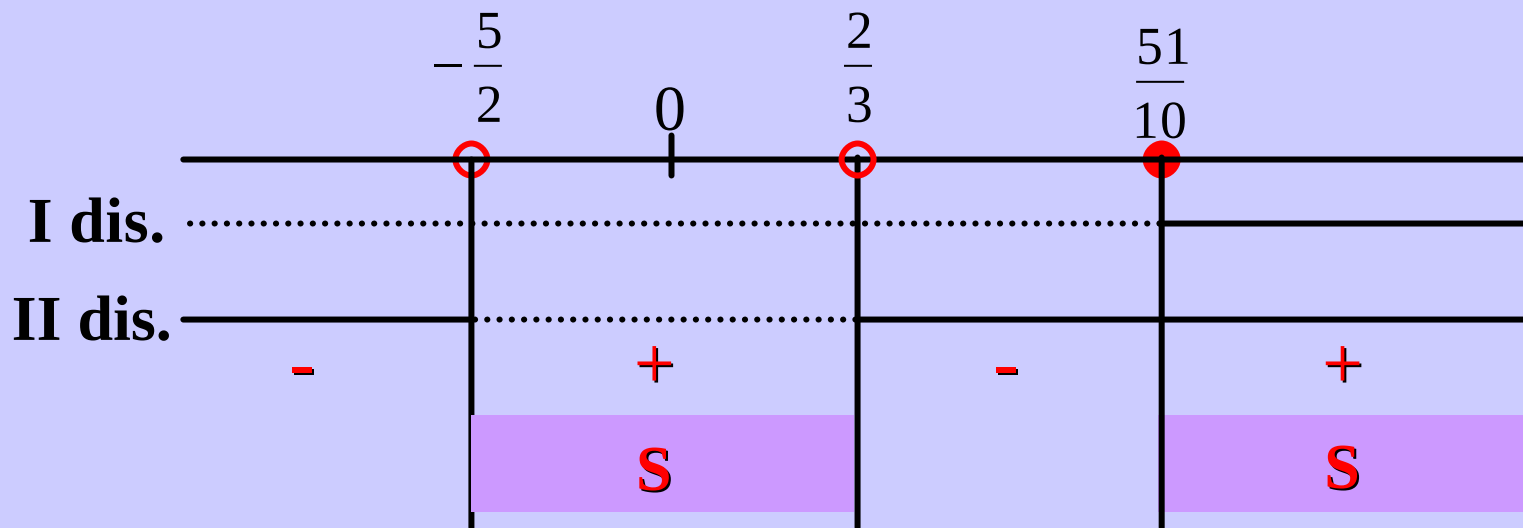
Svolgiamo i calcoli:

$$\begin{cases} 10x - 51 \geq 0 \\ (2x + 5)(3x - 2) > 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x \geq \frac{51}{10} \\ x < -\frac{5}{2}, x > \frac{2}{3} \end{cases}$$

Riportiamo i risultati ottenuti su uno stesso grafico:



$$S = \left\{ -\frac{5}{2} < x < \frac{2}{3}, x \geq \frac{51}{10} \right\}$$

Risolvere la seguente disequazione razionale fratta

$$\frac{7x-4}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} < \frac{7}{x+2}$$

Trasportiamo tutti i termini del secondo membro al primo membro cambiandoli di segno:

$$\frac{7x-4}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} - \frac{7}{x+2} < 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{7x-4}{(x+2)(x-2)} - \frac{2}{x-2} - \frac{7}{x+2} < 0$$

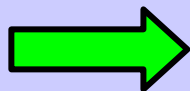
Determiniamo il minimo comune multiplo:

$$\frac{7x-4-2(x+2)-7(x-2)}{(x+2)(x-2)} < 0$$

Svolgiamo i calcoli:

$$\frac{\cancel{7}x-4-2x-4-\cancel{7}x+14}{(x+2)(x-2)} < 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{-2x+6}{(x+2)(x-2)} < 0$$

$$\begin{cases} x+2 \neq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq +2 \end{cases}$$

**CONDIZIONI
DI
ESISTENZA**

Passiamo ora allo studio della nostra disequazione:

$$\frac{-2x+6}{(x+2)(x-2)} < 0$$



$$\begin{cases} -2x+6 < 0 \\ (x+2)(x-2) > 0 \end{cases}$$

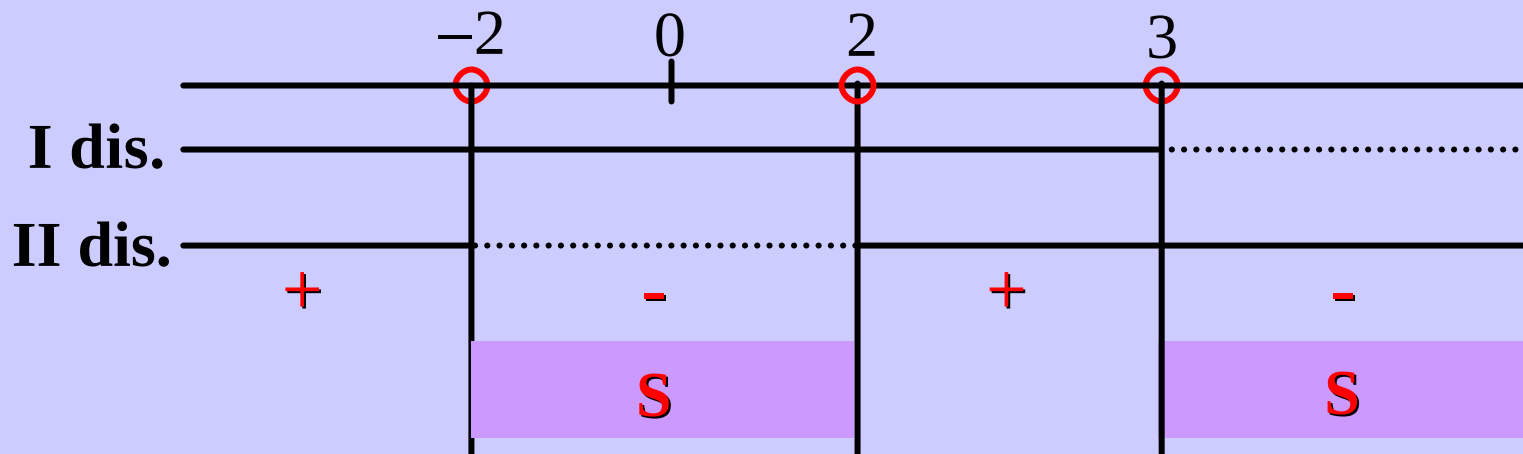
N.B.!

È una frazione: numeratore e denominatore devono essere di segno opposto affinché sia soddisfatta la disequazione (ci poniamo nel caso in cui il numeratore è negativo ed il denominatore è positivo!)

Svolgiamo i calcoli:

$$\begin{cases} -2x + 6 < 0 \\ (x + 2)(x - 2) > 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{green arrow}} \begin{cases} 2x - 6 > 0 \\ (x + 2)(x - 2) > 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{green arrow}} \begin{cases} x > \frac{6}{2} = 3 \\ x < -2, x > 2 \end{cases}$$

Riportiamo i risultati ottenuti su uno stesso grafico:



$$S = \{-2 < x < 2, x > 3\}$$

Calcolare il determinante della seguente matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Poiché si tratta di una matrice quadrata del quarto ordine bisogna utilizzare il metodo di Laplace.

Sviluppiamo, ad esempio, il determinante in base alla seconda riga (è quella avente un maggior numero di zeri!!!).

Per la regola dei segni otteniamo:

$$A = \begin{pmatrix} \overset{+}{1} & 3 & -1 & 1 \\ \underset{-}{1} & \overset{+}{0} & \underset{-}{1} & \overset{+}{0} \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcoliamo ora il determinante:

$$\det A = -1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -(3 - 2 - 1 - 1) - (-1 - 6 + 2 - 1 - 2 - 6) =$$
$$= +1 + 14 = 15$$

N.B.!

Sono stati tralasciati i determinanti del terzo ordine che dovevano essere moltiplicati per l'elemento zero della matrice data (un qualunque numero moltiplicato per zero dà come risultato sempre zero!)

N.B.!

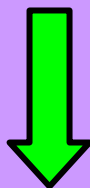
I due determinanti del terzo ordine sono stati calcolati con il metodo di Sarrus ma si poteva utilizzare ancora il metodo di Laplace

Eseguire, se possibile, le seguenti operazioni tra matrici:

$$A+B, A-B, AB, BA$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B_3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Le matrici A e B sono entrambe quadrate di ordine 3



$$(A+B)_3 = \begin{pmatrix} 1+1 & 0+3 & 0+4 \\ 0-1 & 1+2 & 2+1 \\ 0+0 & 3+1 & 4+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -1 & 3 & 3 \\ 0 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$(A-B)_3 = \begin{pmatrix} 1-1 & 0-3 & 0-4 \\ 0+1 & 1-2 & 2-1 \\ 0-0 & 3-1 & 4-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(A \cdot B)_3 = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 0 \cdot (-1) + 0 \cdot 0 & 1 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1 & 1 \cdot 4 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 4 \\ 0 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 0 & 0 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 & 0 \cdot 4 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 \\ 0 \cdot 1 + 3 \cdot (-1) + 4 \cdot 0 & 0 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 & 0 \cdot 4 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & 4 & 9 \\ -3 & 10 & 19 \end{pmatrix}$$

$$(B \cdot A)_3 = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 & 1 \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 3 & 1 \cdot 0 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 \\ (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 0 & (-1) \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 & (-1) \cdot 0 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 4 \\ 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 4 \cdot 0 & 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 4 \cdot 3 & 0 \cdot 0 + 1 \cdot 2 + 4 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 15 & 22 \\ -1 & 5 & 8 \\ 0 & 13 & 18 \end{pmatrix}$$

N.B.!

Il prodotto tra matrici non è commutativo

La somma tra matrici è commutativa