

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TERAMO

CORSO DI LAUREA IN

ECONOMIA BANCARIA FINANZIARIA ED ASSICURATIVA (Classe 17)

Corso di Matematica per l'Economia
(Prof. F. Eugeni)

TEST DI INGRESSO

Teramo, 22 ottobre 2003

SEZIONE Dati personali

Anno di nascita	_____	Corso di Laurea	_____
Città di residenza	_____	Scuola frequentata	_____

- 1) *Hai mai frequentato a scuola una sezione sperimentale?*
 - ☐ Si
 - ☐ No
 - ☐ Non so di cosa si tratta
- 2) *Se alla domanda precedente hai risposto "Si", specifica il tipo di sperimentazione frequentato.*

- 3) *In che anno hai sostenuto la maturità?*

- 4) *Quale voto hai riportato alla maturità?*

- 5) *Desideri frequentare il Corso di Matematica?*
 - ☐ Si
 - ☐ No
 - ☐ Non so, perché lavoro
 - ☐ Non so, perché sono troppe le materie da frequentare il primo anno
- 6) *Cosa pensi della Matematica?*
 - ☐ Non mi interessa
 - ☐ È noiosa
 - ☐ È molto interessante
 - ☐ Non l'ho mai studiata bene perché la ritengo inutile

7) L'equazione $3x = 0$ ha per soluzione:

- ☐ $x = -3$
- ☐ $x = 0$
- ☐ $x = \frac{1}{3}$
- ☐ $x = -\frac{1}{3}$

8) L'equazione $x + 1 = 1$ ha per soluzione:

- ☐ $x = 1$
- ☐ $x = 2$
- ☐ $x = -2$
- ☐ $x = 0$

9) L'equazione $x^2 + 1 = 0$ ha per soluzione:

- ☐ $x = \pm 1$
- ☐ $x = 1$
- ☐ $x = -1$
- ☐ $x = \pm i$

10) La seguente uguaglianza:

$$\frac{2x^2 + 4x - 6}{x^2 + 2} = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1}$$

è:

- ☐ Vera: spiegate sinteticamente il perché.

- ☐ Falsa: spiegate sinteticamente il perché.

11) La $\sqrt{4}$ è uguale a:

- ☐ $+2$
- ☐ ± 2
- ☐ -2
- ☐ $+2i$

12) La $\sqrt{x^3}$ è uguale a:

- ☐ $x^{\frac{2}{3}}$
- ☐ $x^{\frac{1}{3}}$
- ☐ $x^{\frac{3}{2}}$

☐ $x^{-\frac{2}{3}}$

13) *La seguente frazione:*

$$\frac{3x+1}{x^2+4}$$

diventa:

☐ $\frac{3x+1}{x^2} + \frac{3x+1}{4}$

☐ $\frac{3x}{x^2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{x} + \frac{1}{4}$

☐ $\frac{3x}{x^2+4} + \frac{1}{x^2+4}$

14) *Conosci la Regola di Ruffini?*

- ☐ Si
- ☐ No
- ☐ Non ne ho mai sentito parlare
- ☐ Non me la ricordo

15) *Se ti ricordi la suddetta regola applicala per risolvere la seguente equazione:*

$$x^3 + 4x + 5 = 0$$

16) *Quali sono le sue soluzioni reali?*

- ☐ + 4
- ☐ - 5
- ☐ - 1
- ☐ + 1

17) *In generale un'equazione di terzo grado quante soluzioni al massimo può avere?*

- ☐ nessuna
- ☐ 1
- ☐ 3
- ☐ non lo so

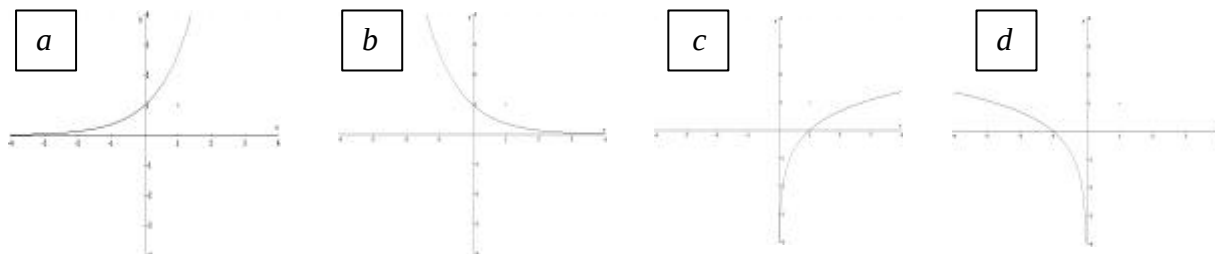
18) *Cosa si intende per logaritmo di un numero?*

- ☐ L'esponente da dare alla base per ottenere il numero
- ☐ Non me lo ricordo
- ☐ I professori della Scuola Media Superiore non me ne hanno mai parlato
- ☐ Un procedimento informatico

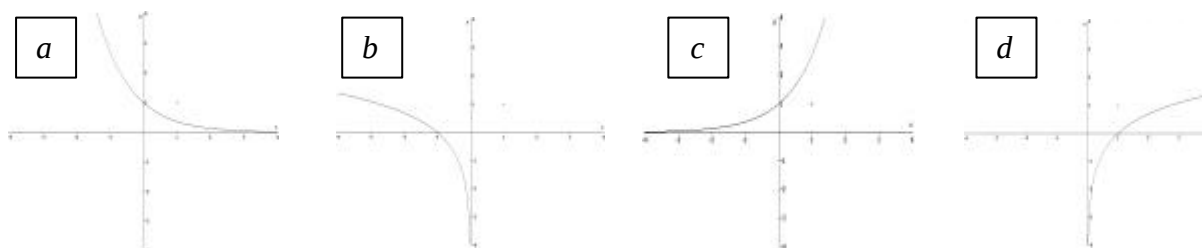
19) Il $\log_2 8$ è uguale a:

- ☐ 2
- ☐ 8
- ☐ 3
- ☐ 16

20) Qual è il grafico della funzione $y = e^x$?



21) Qual è il grafico della funzione $y = \ln x$ (per $\ln x$ si intende il logaritmo naturale di x)?



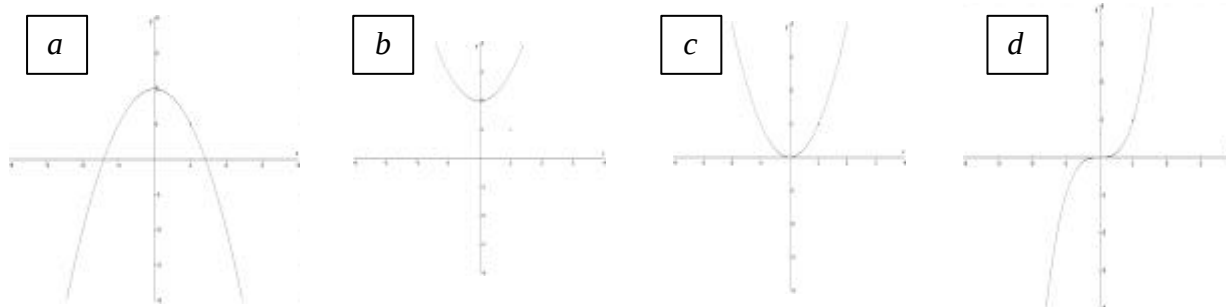
22) Cosa rappresenta una coppia (x, y) , con x ed y numeri reali, in un riferimento cartesiano?

- ☐ Una retta
- ☐ Un segmento
- ☐ Un punto
- ☐ L'intero piano

23) In un riferimento cartesiano l'equazione $y = 2x - 3$ rappresenta:

- ☐ Un piano
- ☐ Un punto
- ☐ Una retta
- ☐ La coppia $(2, -3)$

24) Qual è il grafico della curva $y = -x^2 + 2$?



RISOLUZIONE DEL TEST D'INGRESSO

7) $3x = 0$ **P** $x = 0$

Si tratta di un'equazione di primo grado nell'incognita x .

La sua unica soluzione, per la legge di annullamento del prodotto (se un prodotto è nullo allora almeno uno dei due fattori deve essere uguale a zero), è $x = 0$.

8) $x + 1 = 1$ **P** $x = 0$

Trattandosi di un'equazione, basta sottrarre ad ambo i membri una stessa quantità, nel caso in esame -1 :

$$x + 1 - 1 = 1 - 1 \Rightarrow x + 0 = 0 \Rightarrow x = 0$$

9) $x^2 + 1 = 0$ **P** $x = \pm i$

Si tratta di un'equazione di secondo grado nell'incognita x .

Si ottiene, pertanto:

$$x^2 = -1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-1} = \pm i$$

Dunque l'equazione data non ha soluzioni reali ma solo due soluzioni complesse coniugate.

10) $\frac{2x^2 + 4x - 6}{x^2 + 2} = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1}$ **P** **FALSA**

Tale uguaglianza è falsa perché, avendo diviso ogni termine del numeratore per 2, bisognava dividere anche ogni termine del denominatore per la stessa quantità, ovvero il coefficiente di x^2 del denominatore doveva diventare $\frac{1}{2}$. Dunque, l'uguaglianza vera è la seguente:

$$\frac{2x^2 + 4x - 6}{x^2 + 2} = \frac{x^2 + 2x - 3}{\frac{1}{2}x^2 + 1}$$

11) $\sqrt{4}$ **P** $\sqrt{4} = \pm 2$

Le sue soluzioni sono ± 2 perché:

$$(+2)^2 = +4; \quad (-2)^2 = +4$$

cioè le radici algebriche di indice pari di un numero positivo sono due numeri uguali in valore assoluto ma di segno opposto.

12) $\sqrt{x^3}$ **P** $\sqrt{x^3} = x^{3/2}$

In generale, infatti, risulta:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$$

13) $\frac{3x+1}{x^2+4}$ **P** $\frac{3x+1}{x^2+4} = \frac{3x}{x^2+4} + \frac{1}{x^2+4}$

In una frazione il denominatore non può essere mai spezzato se esso è costituito da una somma algebrica. È possibile separare solo il numeratore trasportando, in ogni pezzo in cui si è scomposta la frazione di partenza, il denominatore così com'è.

14) + 15) + 16) **REGOLA DI RUFFINI**

$x^3 + 4x + 5 = 0$ **P** $(x + 1)(x^2 - x + 5) = 0$ **P** $x = -1$ **soluzione reale**

Richiamiamo ora brevemente il procedimento da effettuare qualora ci si trovi di fronte ad un polinomio di grado superiore al secondo (grado ≥ 3) e lo si vuole scomporre nel prodotto di polinomi di grado più basso (per maggiori dettagli confronta le dispense).

In primo luogo bisogna trovare, tra i divisori del termine noto, quelli che annullano il polinomio o, equivalentemente, che soddisfano l'equazione associata. Nell'esempio dato i divisori del termine noto, cioè di 5, sono ± 1 e ± 5 (5 infatti è un numero primo ed ha solo i divisori banali). Bisogna allora procedere per tentativi, cioè verificare quali dei divisori di 5 annullano il polinomio $x^3 + 4x + 5$, ovvero soddisfano l'equazione $x^3 + 4x + 5 = 0$.

Vediamo cosa succede se, al posto della x , andiamo a mettere il valore $+1$:

$$(+1)^3 + 4(+1) + 5 = 1 + 4 + 5 = 10 \neq 0 \Rightarrow +1 \text{ non va bene!}$$

Proviamo ora con -1 :

$$(-1)^3 + 4(-1) + 5 = -1 - 4 + 5 = -5 + 5 = 0 \Rightarrow -1 \text{ va bene!}$$

Dunque -1 annulla il polinomio.

Adesso bisogna costruire una tabella, scrivendo, in modo ordinato, su di una riga, tutti i coefficienti del polinomio dato, compreso il termine noto:

	x^3	x^2	x	N
-1	1	0	4	5
		-1	1	-5
	1	-1	5	//
	x^2	x	N	

I Coefficienti del polinomio formano la prima riga della tabella

avendo indicato con N proprio il termine noto. Vediamo ora, una volta scritta la prima riga, come si ottiene l'intera tabella sopra riportata. A sinistra della prima linea verticale bisogna scrivere il divisore che annulla il polinomio (nel nostro caso abbiamo visto essere -1). Sotto la linea orizzontale bisogna riportare esattamente il coefficiente della x di grado massimo (nel nostro caso il coefficiente di x^3 è 1 per cui riscriviamo, sotto la linea, proprio 1). Adesso bisogna fare i prodotti in croce e le somme in verticale, cioè:

$$(-1)(+1) = -1 \text{ (va scritto sopra la linea orizzontale e sotto lo 0): prodotto in croce}$$

$$0 + (-1) = -1 \text{ (va scritto sotto la linea orizzontale accanto ad 1): somma in verticale}$$

Si procede poi sempre allo stesso modo:

$$(-1)(-1) = 1$$

$$4 + 1 = 5$$

$$(-1)(5) = -5 \text{ (va messo sotto il termine noto per cui la somma di } N \text{ con } -5 \text{ dà proprio zero)}$$

Dunque il polinomio di partenza $x^3 + 4x + 5$ diventa $(x + 1)[1 \cdot x^2 + (-1) \cdot x + 5]$, dove i coefficienti del polinomio di secondo grado sono esattamente quelli presenti al di sotto della linea orizzontale della tabella, mentre il polinomio di primo grado si ottiene sottraendo ad x il divisore del termine noto preso in esame. In conclusione si ottiene:

$$x^3 + 4x + 5 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x^2 - x + 5) = 0$$

le cui soluzioni si ottengono ponendo uguale a zero uno dei due polinomi, cioè:

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$x^2 - x + 5 = 0 \Rightarrow \text{non ci sono soluzioni reali perché il discriminante è negativo!}$$

Ne segue, quindi, che l'unica soluzione reale del nostro polinomio è esattamente $x = -1$.

17) Un polinomio di terzo grado ha esattamente 3 radici.

Infatti, dal Teorema Fondamentale dell'Algebra, segue che "un'equazione di grado n ha esattamente n radici reali o complesse che siano". Ad esempio, un'equazione di quarto grado ha esattamente 4 radici o tutte reali o tutte complesse o un po' reali ed un po' complesse.

- 18) Il logaritmo x di b in base a è l'esponente x da dare alla base a per ottenere il numero b .**

In genere si scrive:

$$x = \log_a b \quad \Rightarrow \quad a^x = b$$

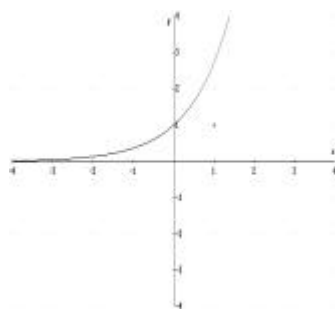
- 19) $\log_2 8 = 3$**

Infatti $2^3 = 8$: bastava, cioè, risolvere la seguente equazione:

$$\log_2 8 = x \quad \Rightarrow \quad 2^x = 8 \quad \Rightarrow \quad 2^x = 2^3 \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

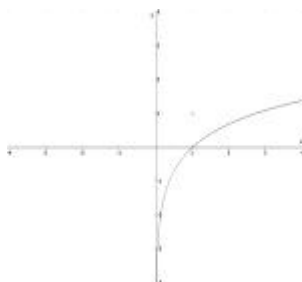
- 20) $y = e^x$**

Il grafico della funzione è quello rappresentato nel punto a :



- 21) $y = \ln x$**

Osserviamo innanzitutto che con il simbolo $\ln$ si indica il logaritmo naturale cioè il logaritmo in base e . Il grafico di tale funzione è quello rappresentato nel punto d :



- 22) (x, y) rappresenta un punto nel piano cartesiano.**

In generale ogni coppia ordinata di numeri rappresenta un punto in un riferimento cartesiano: in particolare il primo elemento della coppia rappresenta l'ascissa ed il secondo elemento l'ordinata del punto; ad esempio $P(3, -1)$ è il punto di ascissa 3 ed ordinata -1 .

- 23) $y = 2x - 3$ rappresenta una retta nel piano cartesiano.**

In generale una retta in un riferimento cartesiano ha equazione $ax + by + c = 0$ o, equivalentemente, $y = ax + b$.

- 24) $y = -x^2 + 2$ rappresenta una parabola con la concavità rivolta verso il basso e traslata di due unità, verso l'alto (+ 2), sull'asse delle y .**

Il grafico corretto è quello rappresentato nella figura a .

Infatti, è ben noto che l'equazione $y = x^2$ rappresenta una parabola con la concavità rivolta verso l'alto e passante per l'origine, mentre l'equazione $y = -x^2$ rappresenta una parabola con la concavità rivolta verso il basso, passante sempre per l'origine. Inoltre l'equazione $y = x^2 + c$ non è altro che una parabola, avente lo stesso grafico di $y = x^2$, ma spostata di c unità verso l'alto. Lo stesso dicasi per la parabola della forma $y = -x^2 + c$ (stesso grafico di $y = -x^2$ ma spostata di c unità verso l'alto). Analogamente $y = x^2 - c$ avrà lo stesso grafico di $y = x^2$, ma spostata di c unità verso il basso; lo stesso discorso varrà per $y = -x^2 - c$.