

2^a Scuola Estiva di Formazione per i docenti del Primo Ciclo

**“Insegnare Matematica:
didattica, inclusione e cooperazione”**

**Pizzoferrato (CH), Hotel Delberg Palace
22, 23, 24, 25 luglio 2018**

LUNEDI' 23 – 07

Prof. Ferdinando CASOLARO / Prof. Paolo ROTONDO

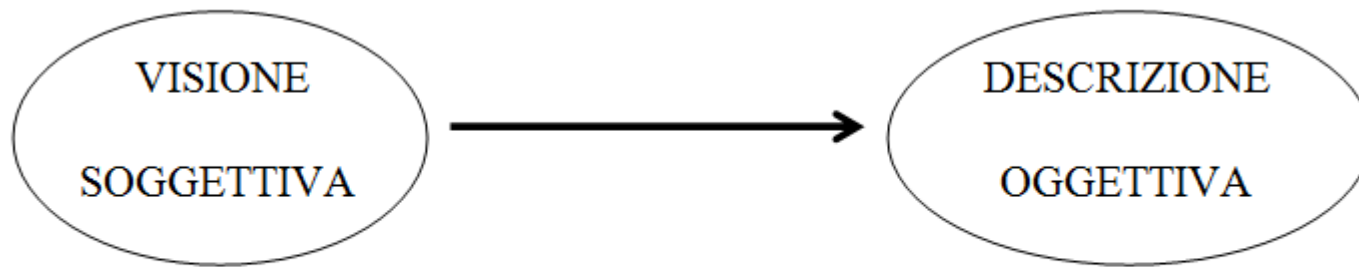
*La Geometria nelle Indicazioni per la
Scuola dell'obbligo, con particolare
riferimento alle
trasformazioni geometriche*

Sommario

- Il ruolo della geometria nella matematica
- La geometria nei programmi ufficiali
- Le trasformazioni geometriche: concetti e finalità didattiche
- Percorsi ed esempi didattici
- Proposte per i lavori di gruppo

Il ruolo della geometria nella matematica

Geometria = 1° capitolo della conoscenza razionale della realtà esteriore



DAL CONCRETO ALL'ASTRATTO

LINGUAGGIO COMUNE —————> LINGUAGGIO RIGOROSO

Il ruolo della geometria nella matematica

- La situazione geometrica come modello razionale di una determinata situazione reale
- La geometria come indispensabile strumento di **Matematizzazione della realta'**
(obiettivo formativo di fondo dell'educazione scientifica di base)
- La corrispondenza tra le operazioni materiali sulle grandezze e le operazioni formali sui simboli che le rappresentano (*isomorfismo*)
- L'indagine geometrica moderna si basa su due concetti essenziali :
 - il concetto di relazione tra enti geometrici studiati secondo le loro proprietà
 - il concetto di trasformazione e di gruppo di trasformazioni

LA GEOMETRIA NEI PROGRAMMI DELLA SCUOLA ELEMENTARE

La Matematica dai 6 e i 14 anni

Dalle INDICAZIONI PER IL CURRICOLO:
SUGGERIMENTI GENERALI PER LA MATEMATICA

- In Matematica è elemento fondamentale il laboratorio
...
- Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione
di problemi
- Nella scuola secondaria di primo grado si svilupperà
un'attività più propriamente di matematizzazione,
formalizzazione, generalizzazione.

LA GEOMETRIA NEI PROGRAMMI DELLA SCUOLA ELEMENTARE

La Matematica dai 6 e i 14 anni

Dalle INDICAZIONI PER IL CURRICOLO:
SUGGERIMENTI GENERALI PER LA MATEMATICA

- Un'attenzione particolare andrà dedicata allo sviluppo della capacità di esporre e di discutere con i compagni le soluzioni e i procedimenti seguiti.
- L'uso consapevole e motivato di calcolatrici e del computer deve essere incoraggiato opportunamente fin dai primi anni della scuola primaria . . .
- Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica . . . riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi . .

CURRICOLO VERTICALE OMOGENEO

SPAZIO e FIGURE

Obiettivi di apprendimento al termine della classe **terza** della scuola **primaria**

- Comunicare la posizione di oggetti nello spazio fisico, sia rispetto al soggetto, sia rispetto ad altre persone o oggetti, usando termini adeguati (sopra/sotto, davanti/dietro, destra/sinistra, dentro/fuori).
- Eseguire un semplice percorso partendo dalla descrizione verbale o dal disegno, descrivere un percorso che si sta facendo e dare le istruzioni a qualcuno perché compia un percorso desiderato.
- Riconoscere, denominare e descrivere figure geometriche.
- Disegnare figure geometriche e costruire modelli materiali anche nello spazio, utilizzando strumenti appropriati.

CURRICOLO VERTICALE OMOGENEO

SPAZIO e FIGURE

Obiettivi di apprendimento al termine della classe **quinta** della scuola **primaria**

- Descrivere e classificare figure geometriche, identificando elementi significativi e simmetrie, anche al fine di farle riprodurre da altri.
- Riprodurre una figura in base a una descrizione, utilizzando gli strumenti opportuni (carta a quadretti, riga e compasso, squadre, software di geometria).
- Utilizzare il piano cartesiano per localizzare punti.
- Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione.
- Riconoscere figure ruotate, traslate e riflesse.
- Riprodurre in scala una figura assegnata (utilizzando ad esempio la carta a quadretti).
- Determinare il perimetro di una figura.
- Determinare l'area di rettangoli e triangoli e di altre figure per scomposizione.

CURRICOLO VERTICALE OMOGENEO

SPAZIO e FIGURE

Obiettivi di apprendimento al termine della classe **terza** della scuola **secondaria di primo grado**

- Riprodurre figure e disegni geometrici, utilizzando in modo appropriato e con accuratezza opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, software di geometria).
- In particolare, rappresentare punti, segmenti e figure sul piano cartesiano.
- Conoscere definizioni e proprietà significative delle principali figure piane (triangoli, quadrilateri, poligoni regolari, cerchio).
- Descrivere figure complesse e costruzioni geometriche al fine di comunicarle ad altri.
- Riprodurre figure e disegni geometrici in base a una descrizione e codificazione fatta da altri.
- Riconoscere figure piane simili in vari contesti e riprodurre in scala una figura assegnata.
- Conoscere il Teorema di Pitagora e le sue applicazioni in matematica e in situazioni concrete.
- Calcolare l'area di semplici figure scomponendole in figure elementari, ad esempio triangoli.
- Stimare per difetto e per eccesso l'area di una figura delimitata da linee curve.
- Conoscere il numero π , ad esempio come area del cerchio di raggio 1, e alcuni modi per approssimarlo.
- Conoscere le formule per trovare l'area del cerchio e la lunghezza della circonferenza, conoscendo il raggio.
- Rappresentare oggetti e figure tridimensionali in vario modo tramite disegni sul piano.
- Visualizzare oggetti tridimensionali a partire da rappresentazioni bidimensionali.
- Calcolare il volume delle figure tridimensionali più comuni e dare stime di quello degli oggetti della vita quotidiana.
- Risolvere problemi utilizzando le proprietà geometriche delle figure.

OPERATIVITA'

a) TERZA ELEMENTARE

Disegnare figure geometriche e costruire modelli materiali anche nello spazio, utilizzando strumenti appropriati.

b) QUINTA ELEMENTARE

Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione.

c) TERZA MEDIA

Riprodurre figure e disegni geometrici, utilizzando in modo appropriato e con accuratezza opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, software di geometria).

LA TRADIZIONE

a) TERZA ELEMENTARE

- Riconoscere, denominare e descrivere figure geometriche.

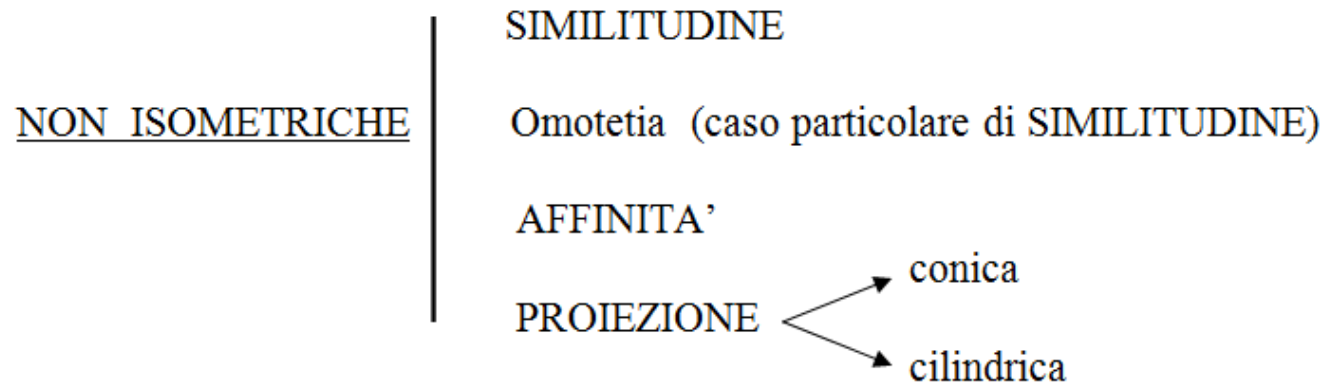
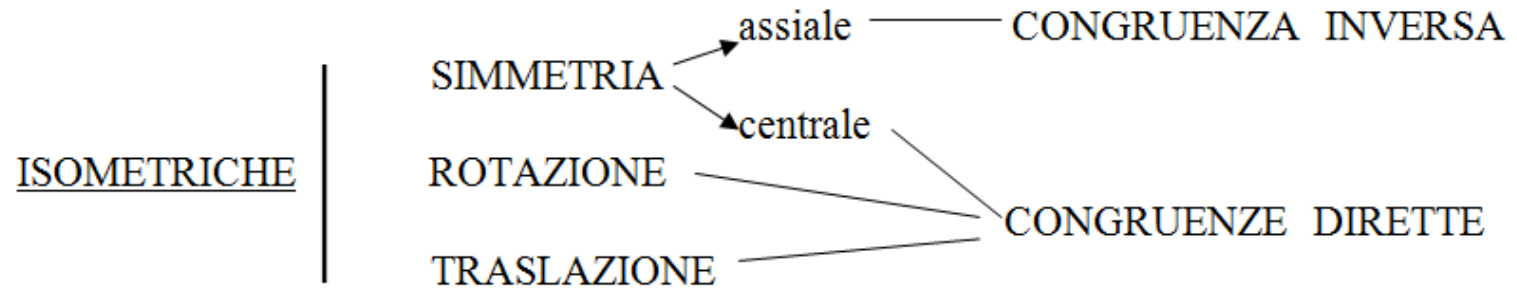
b) QUINTA ELEMENTARE

- Determinare il perimetro di una figura.
- Determinare l'area di rettangoli e triangoli e di altre figure per scomposizione.

c) TERZA MEDIA

- Conoscere il Teorema di Pitagora e le sue applicazioni in matematica e in situazioni concrete.
- Calcolare l'area di semplici figure scomponendole in figure elementari, ad esempio triangoli.
- Conoscere le formule per trovare l'area del cerchio e la lunghezza della circonferenza, conoscendo il raggio.
- Calcolare il volume delle figure tridimensionali più comuni e dare stime di quello degli oggetti della vita quotidiana.
- Risolvere problemi utilizzando le proprietà geometriche delle figure.

TRASFORMAZIONI GEOMETRICHE : IL QUADRO TEORICO



TRASFORMAZIONI TOPOLOGICHE

TRASFORMAZIONI ISOMETRICHE : LE PRINCIPALI PROPRIETA' GENERALI

Tutte le Trasformazioni Isometriche conservano forma e grandezza delle figure ;

- Congruenza inversa: si inverte il verso di percorrenza del bordo della figura ; le figure non sono sovrapponibili;
- Congruenza diretta: non si inverte il verso di percorrenza, le figure sono sovrapponibili;
- La composizione di traslazioni è una traslazione;
- La composizione di rotazioni è una rotazione;
- La composizione di simmetrie centrali è una traslazione;
- La composizione di simmetrie assiali non è commutativa e può essere:
 - una **traslazione** se gli assi sono **paralleli** ; (l'ampiezza della traslazione è doppia della distanza tra gli assi)
 - una **simmetria** centrale se gli assi sono **perpendicolari**; (equivale ad una rotazione di 180° : solo in questo caso è commutativa);
 - una **rotazione** se gli assi sono **incidenti** (l'angolo di rotazione è doppio dell'angolo di incidenza);

TRASFORMAZIONI NON ISOMETRICHE : LE PRINCIPALI PROPRIETA' GENERALI

Similitudine:

- conserva la 'forma' delle figure;
in particolare: gli angoli dei poligoni;
- può essere diretta o inversa;
- trasforma rette parallele in rette parallele;
- il rapporto tra le aree delle figure simili è
pari al **quadrato del rapporto di similitudine**;
- in un'omotetia rette corrispondenti sono
parallele;

TRASFORMAZIONI NON ISOMETRICHE : LE PRINCIPALI PROPRIETA' GENERALI

Affinità:

- **trasforma rette parallele in rette parallele;**
 - angoli corrispondenti non sono in generale uguali;
 - figure corrispondenti non sono simili, ma 'deformate';
 - le aree di figure corrispondenti hanno rapporto **costante, indipendente dalle figure;**
in particolare: gli angoli dei poligoni;

TRASFORMAZIONI NON ISOMETRICHE : LE PRINCIPALI PROPRIETA' GENERALI

- **Proiezione conica:**
- studia l'ombra di una figura illuminata da una sorgente **luminosa puntiforme**;
- non conserva il parallelismo tra rette;
notevoli le proiezioni di un cerchio su un piano:

ellisse - parabola - iperbole

TRASFORMAZIONI NON ISOMETRICHE : LE PRINCIPALI PROPRIETA' GENERALI

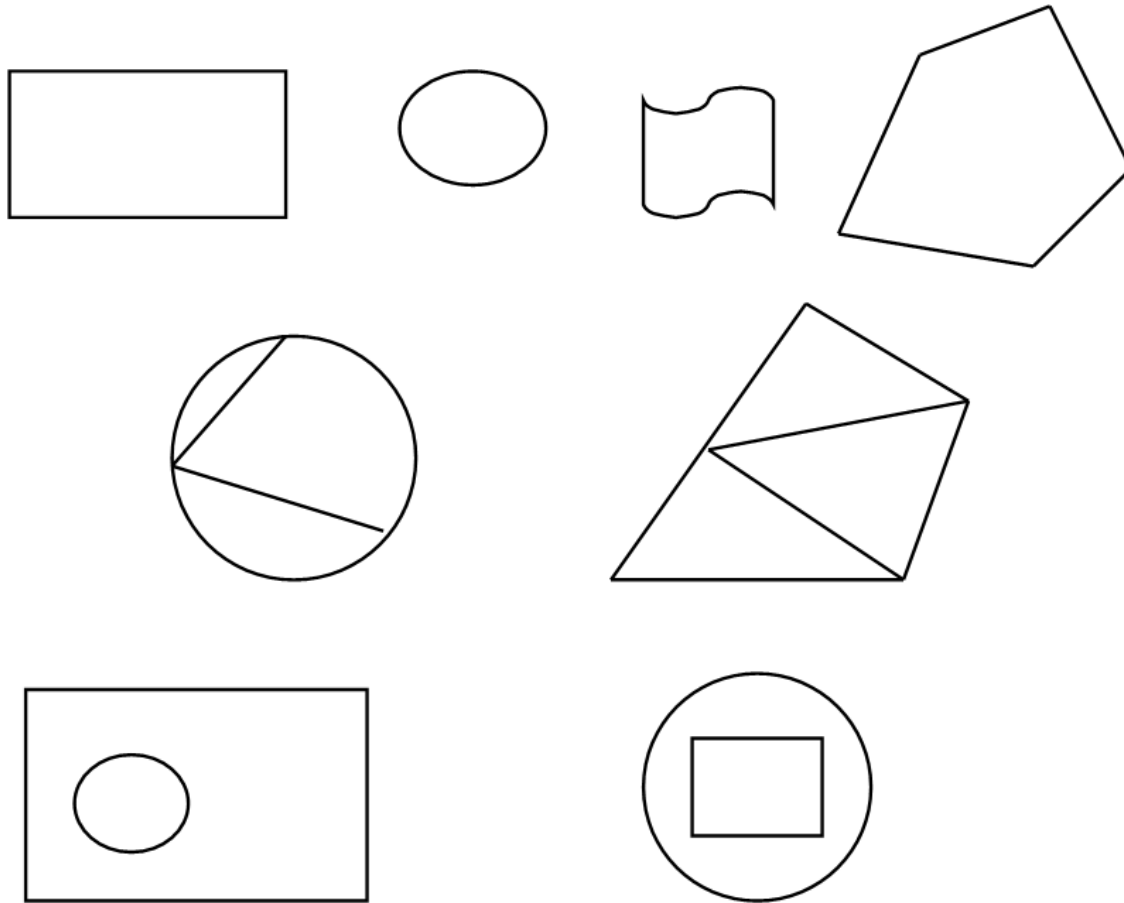
Proiezione cilindrica :

- studia l'ombra di una figura illuminata da raggi paralleli (il sole);
- si conserva il parallelismo;
- la proiezione non è in generale simile alla figura proiettata;
- se i raggi sono perpendicolari al piano di proiezione, la figura e la sua proiezione sono identiche;

TRASFORMAZIONI TOPOLOGICHE

La topologia studia le proprietà invarianti rispetto alle trasformazioni che si realizzano in un piano, simile ad un foglio di gomma, senza piegarlo ne' strapparlo;

FIGURE TOPOLOGICAMENTE “EQUIVALENTI”



PERCORSI ED ESEMPI DIDATTICI

SCUOLA ELEMENTARE / Primo Ciclo

- CONOSCENZA DEL PROPRIO CORPO COME ENTITA' SPAZIALE:
 - giochi di esperienze spaziali e temporali, che permettono attività di localizzazione, orientamento, percezione della direzione e del verso, della distanza;
 - rappresentazione grafica spontanea dei giochi;
- ESECUZIONE DI MOVIMENTI SECONDO UN ITINERARIO LOGICO:
 - giochi di imitazione, giochi con regole;
 - riflessione su schemi grafici dei giochi eseguiti;
- DEFINIZIONE DELLA PROPRIA POSIZIONE E DI QUELLA DEGLI OGGETTI:
 - giochi di costruzione con materiale strutturato con comandi posizionali;
 - giochi di localizzazione degli oggetti anche sul piano grafico, con uso di relazioni posizionali;
 - ESECUZIONE, DESCRIZIONE, UTILIZZAZIONE E CONFRONTO DI PERCORSI;

PERCORSI ED ESEMPI DIDATTICI

SCUOLA ELEMENTARE / Primo Ciclo

- LINEE APERTE / CHIUSE, CON E SENZA INCROCI;
- RAPPRESENTAZIONE E USO DEL RETICOLO:
 - posizioni di oggetti sulla carta a quadretti;
 - spostamenti su una griglia;
 - battaglia navale . . .
- REGIONI E CONFINI (Reti di EULERO);
- SEMPLICI ANALISI TOPOLOGICHE DI FIGURE E SITUAZIONI **DIVERSE**;
- CONFRONTI TRA FIGURE : simmetrie, rotazioni, ingrandimenti . . .

PERCORSI ED ESEMPI DIDATTICI

SCUOLA ELEMENTARE / Secondo Ciclo

- TRASFORMAZIONI AFFINI:
 - osservazione e confronto fra vari oggetti e relative ombre, ottenute con proiezioni su piani a varia inclinazione;
 - utilizzo di sorgenti luminose per osservare le ombre prodotte da corpi di diversa forma;
 - confronti solido – ombra e ombra – ombra di uno stesso solido . . .
 - osservazione della variazione dell'ombra per spostamento dell'oggetto;
 - riconoscimento dell'oggetto (se possibile) nota la sua ombra e la sorgente luminosa;
 - variazione dell'ombra di uno stesso oggetto, prodotta dal sole, in vari momenti della giornata;
 - riconoscimento degli elementi di variazione e di cambiamento nelle operazioni precedenti;
 - cura del linguaggio appropriato per descrivere esperienze e situazioni;

PERCORSI ED ESEMPI DIDATTICI

- SIMILITUDINI:
 - Ingrandire e rimpicciolire . . .
 - mappe e carte geografiche . . .
- TRASFORMAZIONI ISOMETRICHE:
 - Traslare sulla carta a quadretti;
 - Ruotare
 - Cercare simmetrie . . . usare lo specchio

PERCORSI ED ESEMPI DIDATTICI

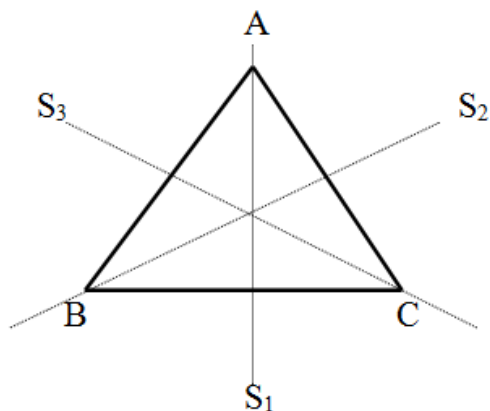
SCUOLA MEDIA : percorsi simili, sempre partendo da

- **situazioni concrete, ma approfondendo la** riflessione teorica ed il linguaggio, esplorando anche lo spazio, cercando proprietà strutturali . . .

PROPOSTE PER I LAVORI DI GRUPPO

- Suddividere in classi le 26 lettere dell'alfabeto (stampatello maiuscolo) a seconda delle simmetrie di ciascuna lettera;
- descrivere sinteticamente le tappe essenziali di un **possibile percorso su una (a scelta) delle trasformazioni** esaminate, per un curriculum dalla terza elementare alla terza media;
- un triangolo equilatero può essere ruotato in diversi modi per farlo tornare a combaciare su se stesso dopo la rotazione: per simmetria rispetto ad uno dei suoi 3 assi di simmetria, oppure per rotazione di 120° , di 240° , di 360° attorno al suo centro di simmetria

PROPOSTE PER I LAVORI DI GRUPPO



CHIAMIAMO: S_1 LA SIMM. CHE SCAMBIA
B con C;

S_2 LA SIMM. CHE SCAMBIA A con C;

S_3 LA SIMM. CHE SCAMBIA A con B;

R_1 LA ROTAZIONE DI 120° ANTIORARIA
 $A \longrightarrow B$; $B \longrightarrow C$; $C \longrightarrow A$;

R_2 LA ROTAZIONE DI 240° ANTIORARIA
 $A \longrightarrow C$; $B \longrightarrow A$; $C \longrightarrow B$;

R_3 LA ROTAZIONE DI 360° ;

DETERMINARE LA POSIZIONE DEL TRIANGOLO DOPO I MOVIMENTI
COMBINATI:

1) S_1 e S_2 ; 2) S_2 e S_3 ; 3) S_2 e S_1 ; 4) R_1 e R_2 ; 5) R_2 e R_1 ;

6) S_1 e R_2 ; 7) S_2 e R_2 ; 8) R_2 e S_3 ; 9) S_1 e R_1 ; 10) R_1 e S_1 ;