



Mathesis
Società italiana di scienze
matematiche e fisiche
fondata nel 1895

**Accademia
Piceno-Aprutina
dei Velati in Teramo**

Ente accreditato dal MIUR per la formazione del personale della Scuola
(Decreto del 24/07/2009 e Direttiva 170/2016)

Rimini 20-21-22 aprile 2018

Convegno Nazionale / Corso di Formazione

*L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà
del secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica.*

La geometria dinamica in Emma Castelnuovo: perimetro ed area

Marco D'Errico

**Docente di matematica e scienze
(Scuola secondaria di I grado)**

IC Nino Cortese

Via Benedetto Croce, 92 Casoria (NA)

marco.derrico1@istruzione.it

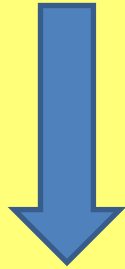
Questa presentazione è frutto di un lavoro teorico preparato in occasione dell'esame di matematica per il conseguimento dell'abilitazione all'insegnamento e di esperienze pratiche svolte nelle classi della scuola secondaria di I grado dove ho insegnato in questi anni

Emma Castelnuovo (Roma, 12 Dicembre 1913 – 13 Aprile 2014) figlia del matematico Guido Castelnuovo, è stata un'illustre matematica italiana nonché insegnante nella scuola media dal 1943 al 1979 ed ha dato un notevole contributo alla didattica della matematica soprattutto per la scuola secondaria di I grado sostenuta anche dall'affacciarsi di nuove discipline quali la pedagogia speciale e la psicologia che diedero man forte allo sviluppo della Didattica della Matematica come scienza a sé.



Importanza del passaggio dal concreto all'astratto

Nell'epoca dell'immagine qual è la capacità dei nostri alunni di soffermarsi sulle cose che li circondano e di OSSERVARLE oltre che GUARDARLE velocemente?



Educare ad un'osservazione meno superficiale
Educare a percepire i dettagli

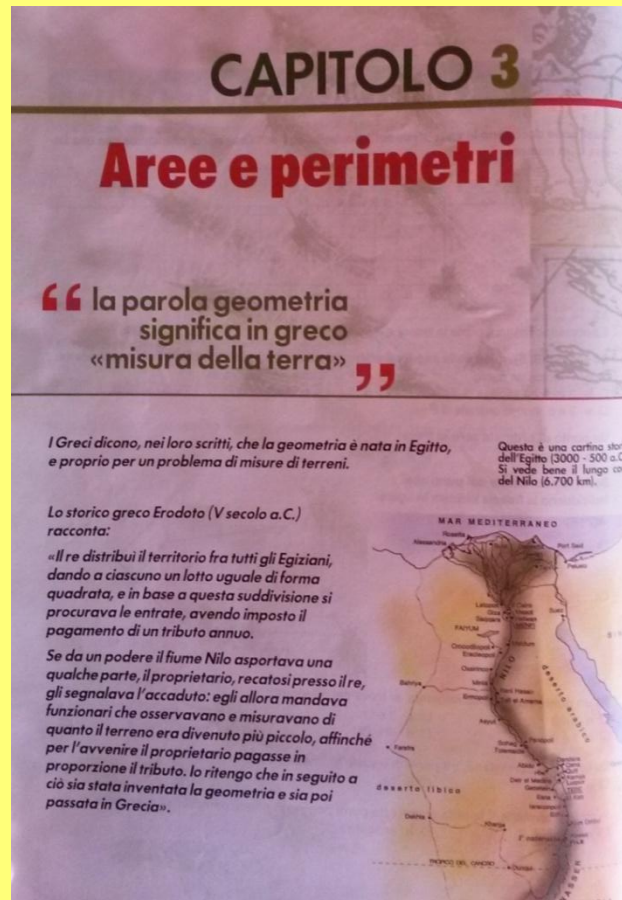


Dalle esperienze e dalle lezioni di Emma Castelnuovo, una delle cose più sorprendenti e, nello stesso tempo innovative, è lo stimolo ad osservare e guardarsi intorno.



Trattare perimetro ed area insieme

L'innovazione introdotta su questi temi da parte di Castelnuovo è proprio il trattare questi due argomenti congiuntamente. Si parte, quindi, considerando che poligoni che hanno lo stesso perimetro possono avere diversa area o che poligoni con la stessa area possono avere diverso perimetro.



Durante una lezione tenuta a **Cenci** nel 2003 (Officina matematica, 2008) introduce queste tematiche sottolineando l'importanza che rivestono da un punto di vista didattico in quanto **"c'è qualcosa che cambia"**. E questo induce prima di tutto ad osservare e poi a sperimentare.

Poligoni con uguale perimetro e area diversa: partire da alcune osservazioni

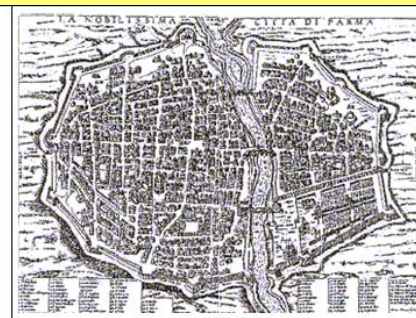
Alveari: *"le api sanno che l'esagono regolare ha un'area più grande, e contiene quindi più miele, del quadrato o del triangolo di ugual perimetro"* (Pappo di Alessandria, 350 d. C.)



Spunto dall'Eneide: Didone fugge dalla sua città e giunge nella bellissima baia di Cartagine e decide di stabilirsi in questa terra. Ma il "proprietario" della zona non è intenzionato a cedere appezzamenti. Per far cambiare idea a Didone e, contemporaneamente, per prenderla in giro, il proprietario stesso le dona una pelle di bue per creare il "contorno" della sua città. Allora Didone raccoglie la sfida e taglia la pelle in strisce sottili, e per ottenere la massima superficie le dispone a forma di **cerchio**. Questo perché, a **parità di perimetro, il cerchio è la figura geometrica che racchiude l'area massima**. Molte città medioevali, infatti, hanno proprio questa forma.



a



b



c

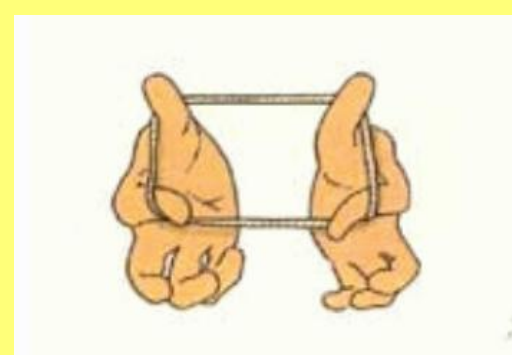
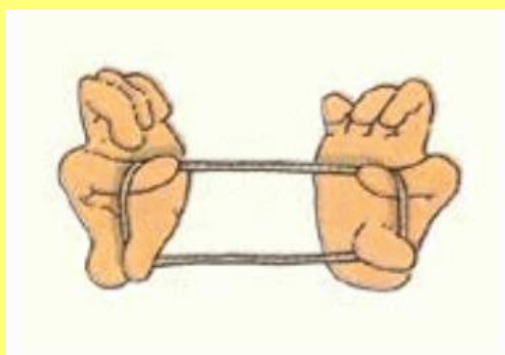
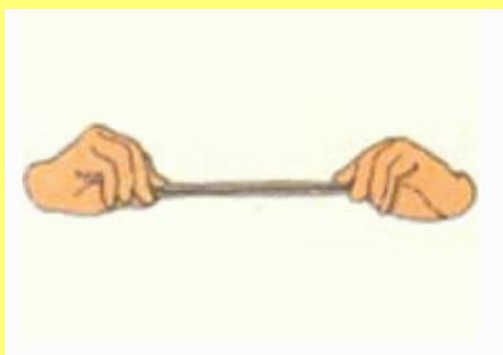
Fig. 1 – Pianta medioevali delle città di Milano (a), Parma (b) e Viterbo (c)

Quadrilateri con lo stesso perimetro ed area che cambia

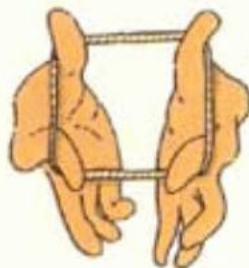


Il quadrato è un particolare parallelogramma

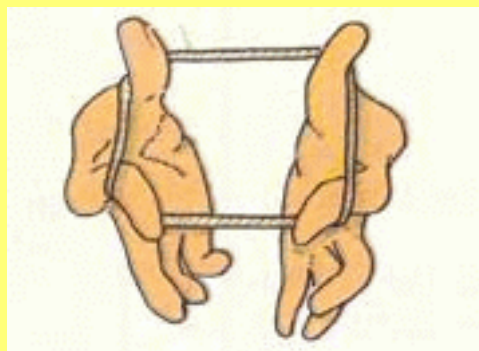
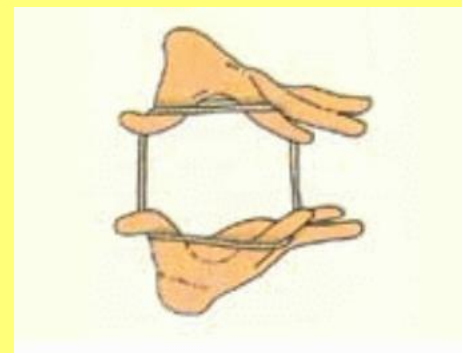
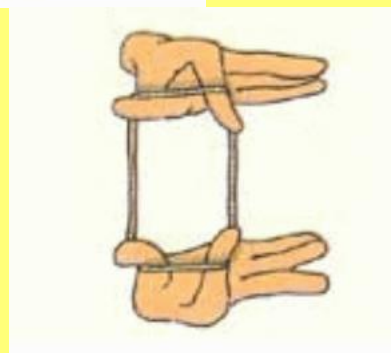
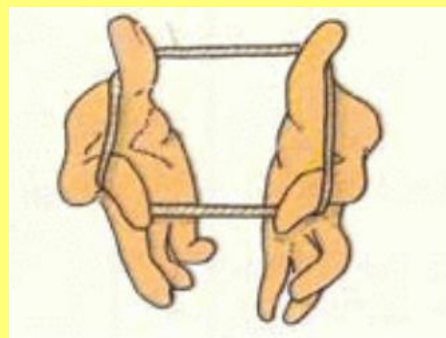
Importanza del “caso limite”



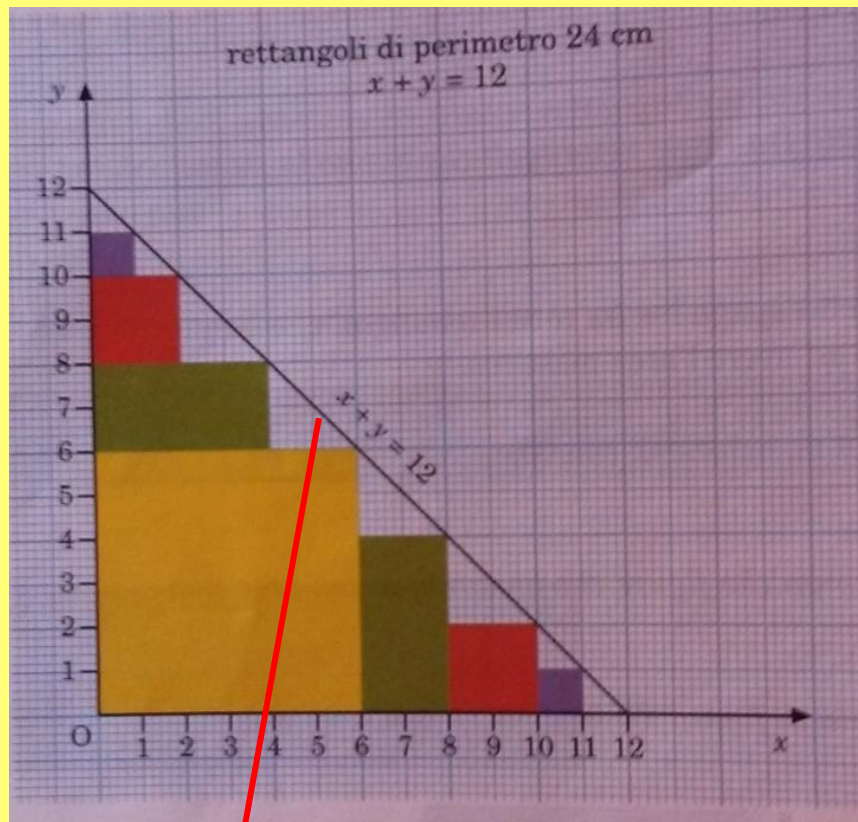
Il quadrato è un particolare rettangolo



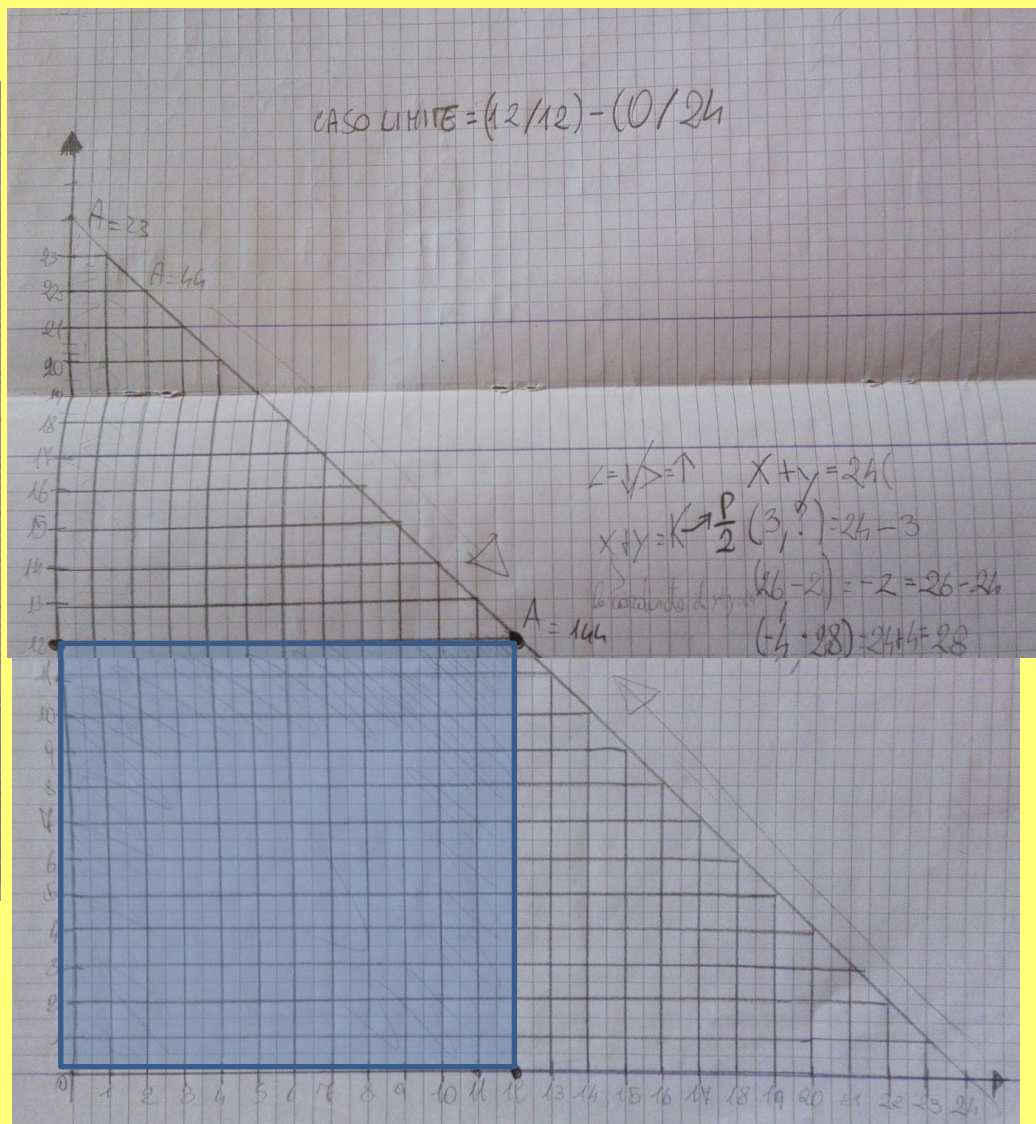
Il quadrato ha area massima fra tutti i rettangoli di uguale perimetro



Un primo passo verso la geometria analitica



I vertici mobili sono sulla stessa retta:
spunto per introdurre il concetto di
continuità (numeri razionali e numeri
irrazionali)



Triangoli con lo stesso perimetro ed area che cambia

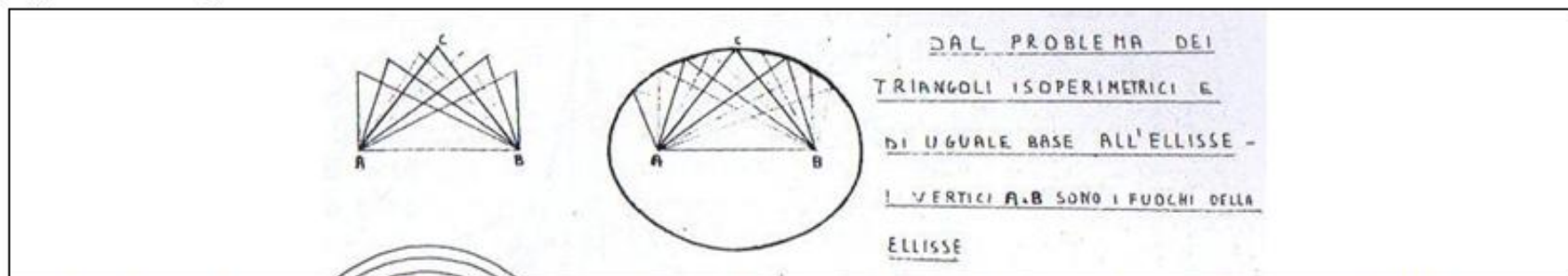


Fig. 2a – I triangoli isoperimetrici e di uguale base hanno i vertici su un'ellisse (tratto da “Documenti di un'esposizione matematica”).

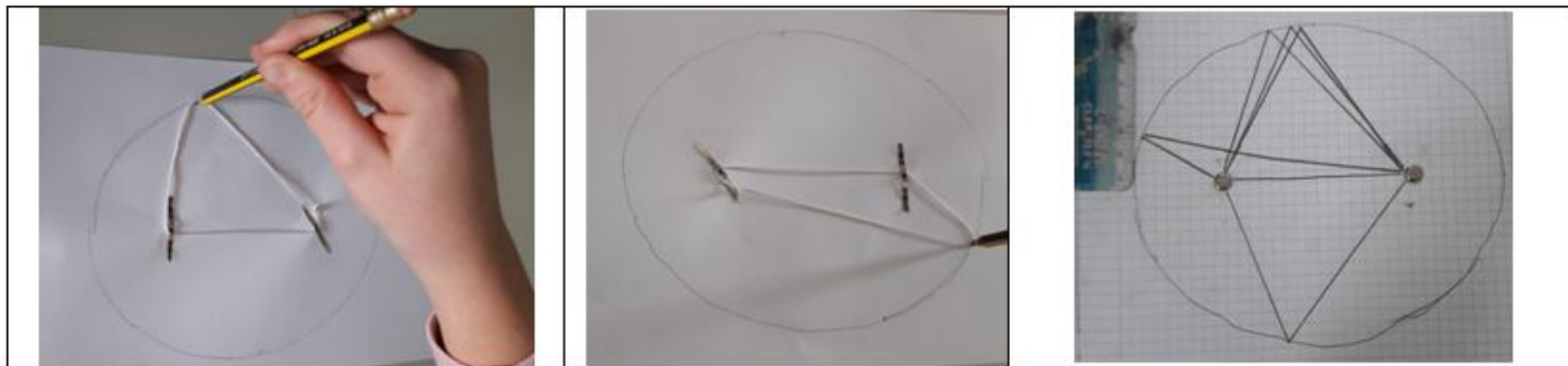
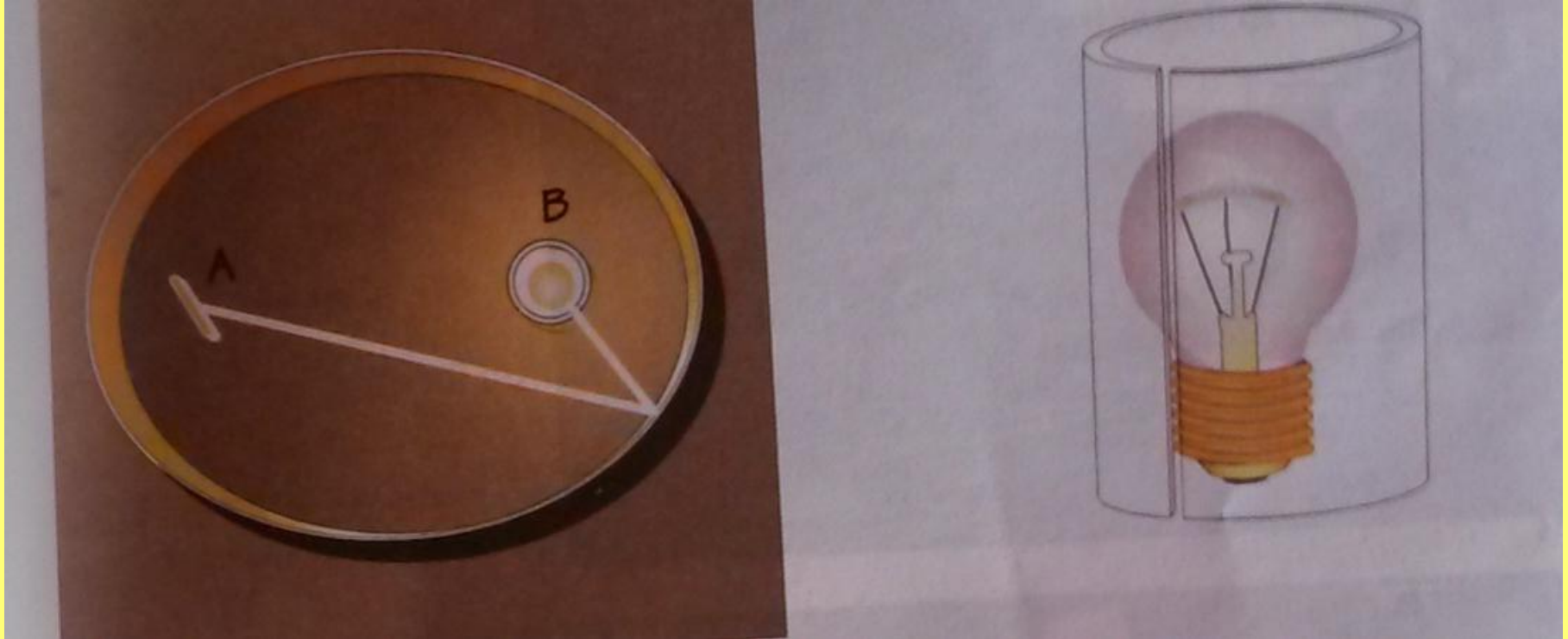
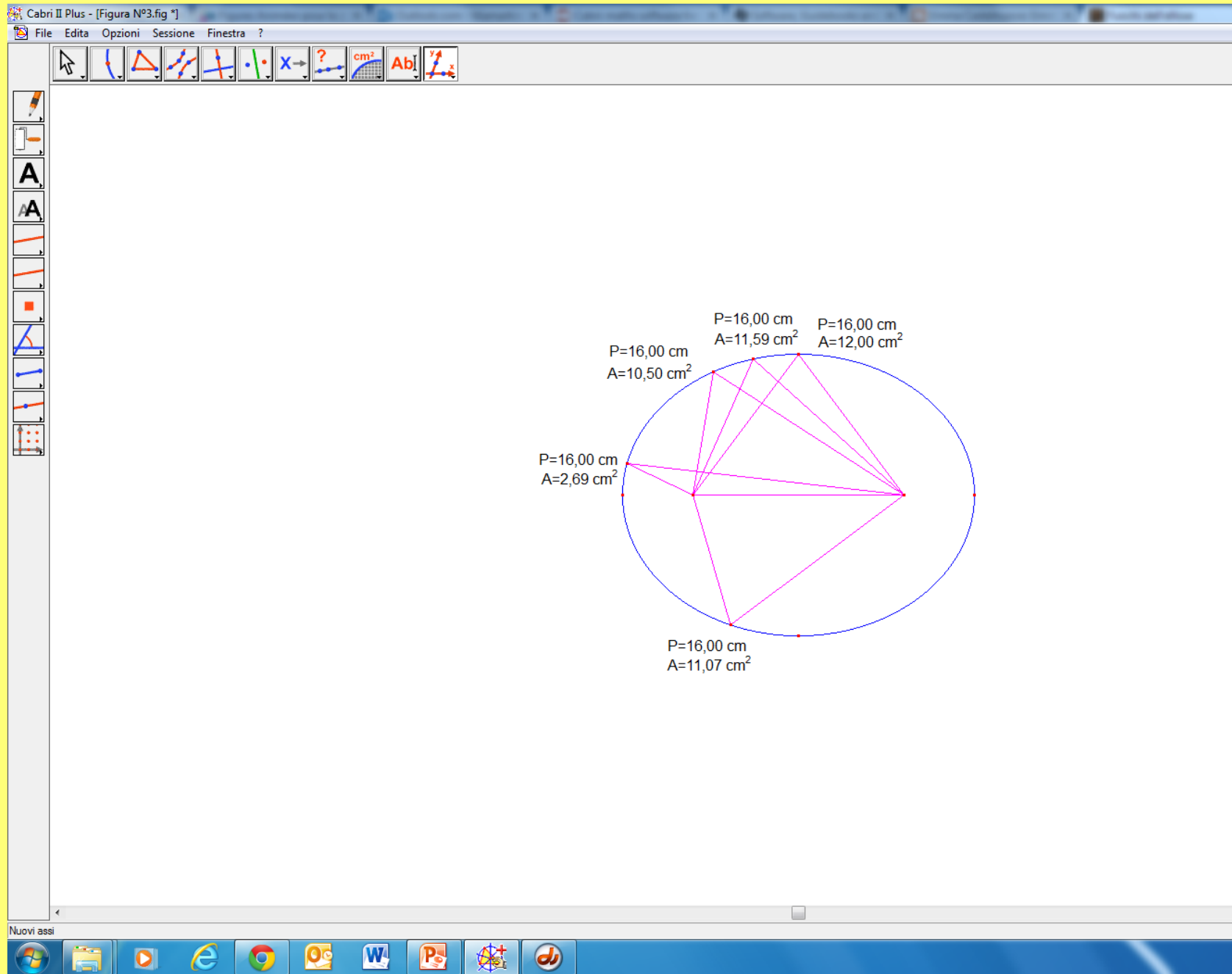


Fig. 2b – I triangoli isoperimetrici e di uguale base hanno i vertici su un'ellisse (IC Cortese - Casoria).

Fra tutti questi triangoli isoperimetrici quello di area massima è l'isoscele perché ha l'altezza massima.

Perché fuochi?

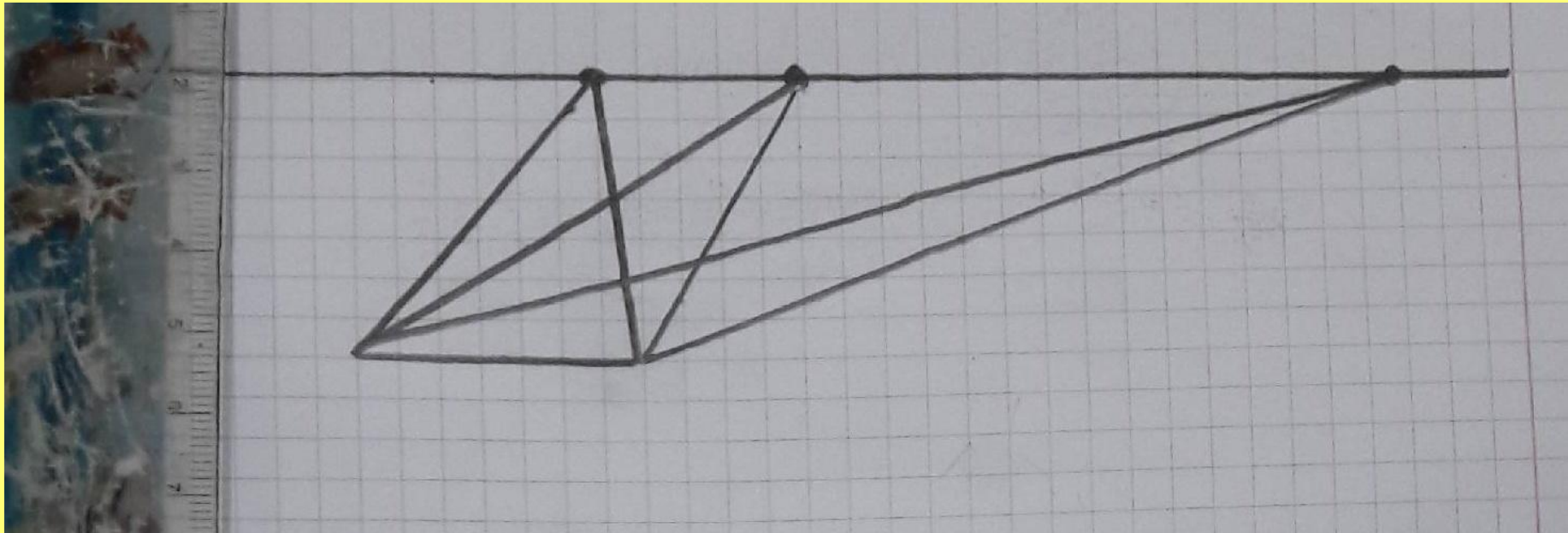




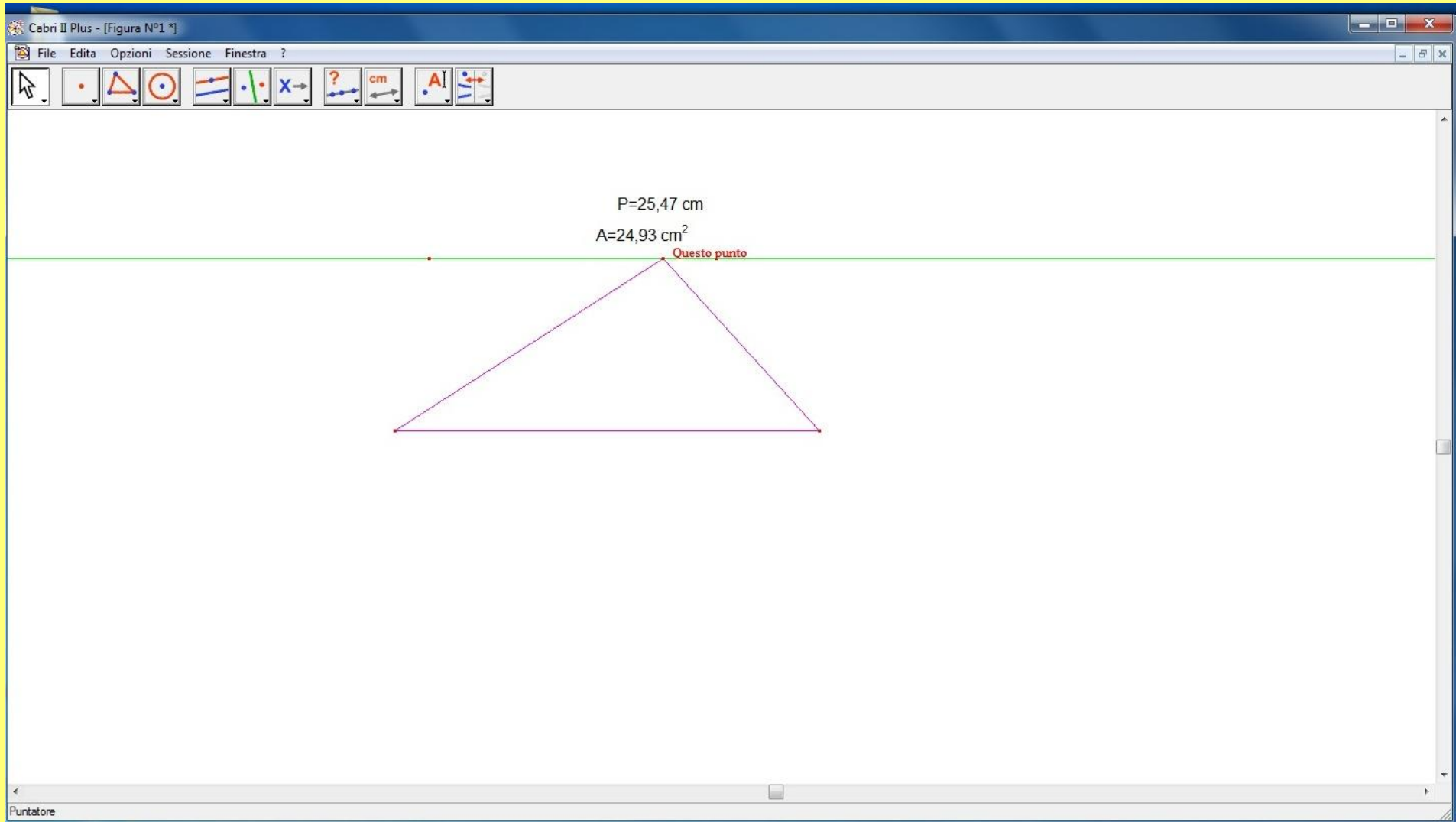
Poligoni con uguale area e diverso perimetro

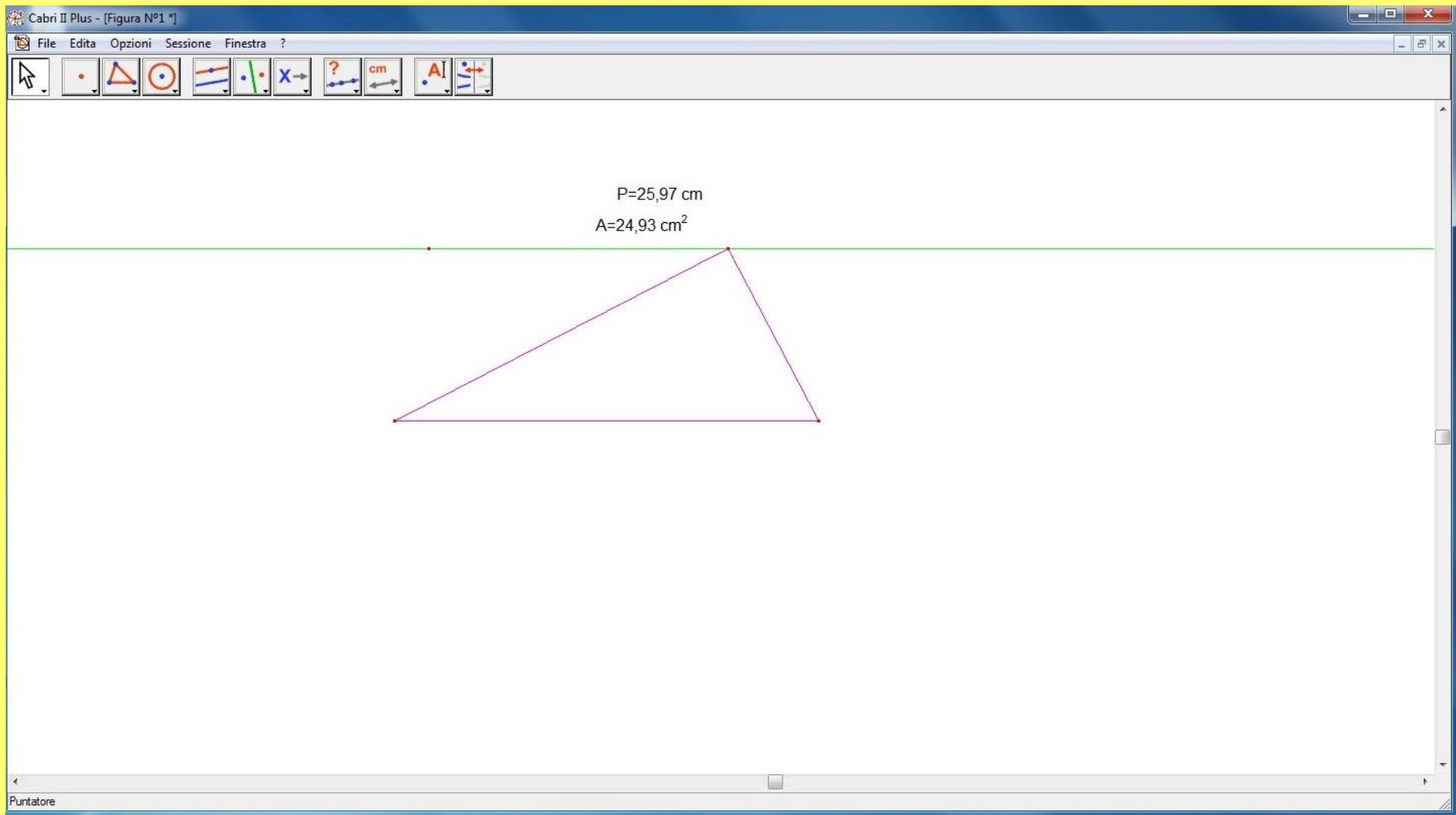


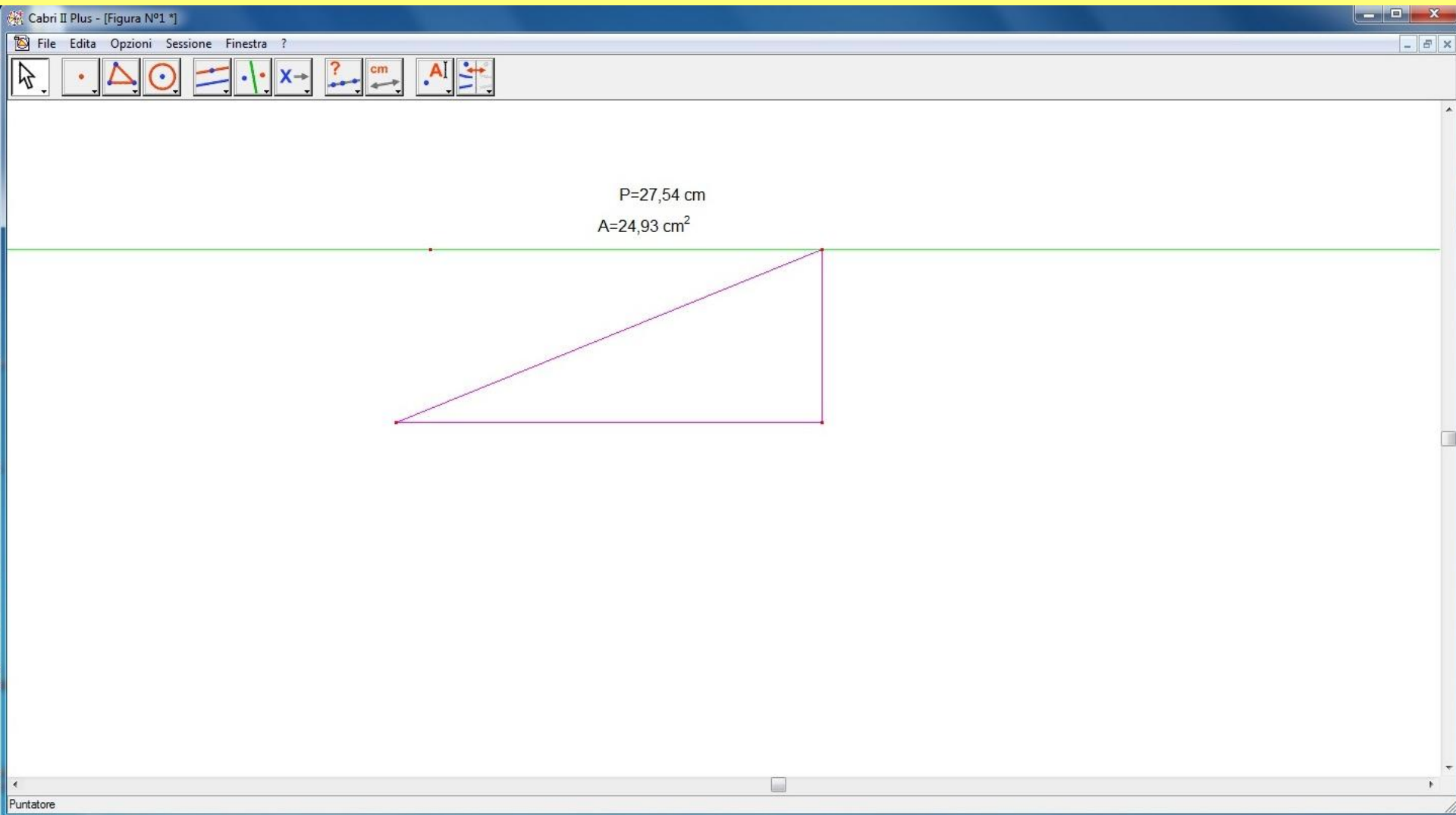
Come cambia il perimetro di una figura composta da quattro quadratini a seconda di come questi sono disposti

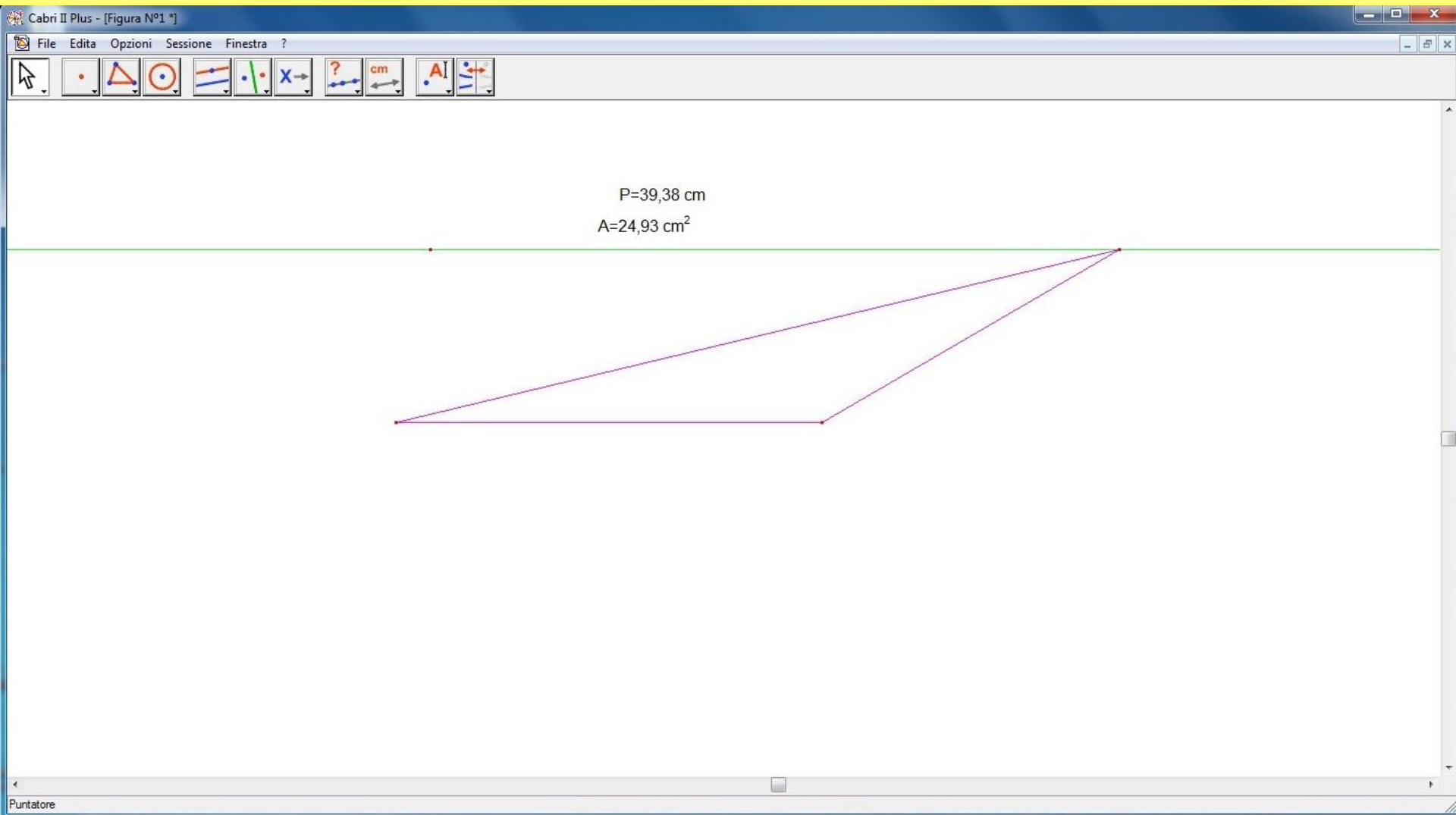


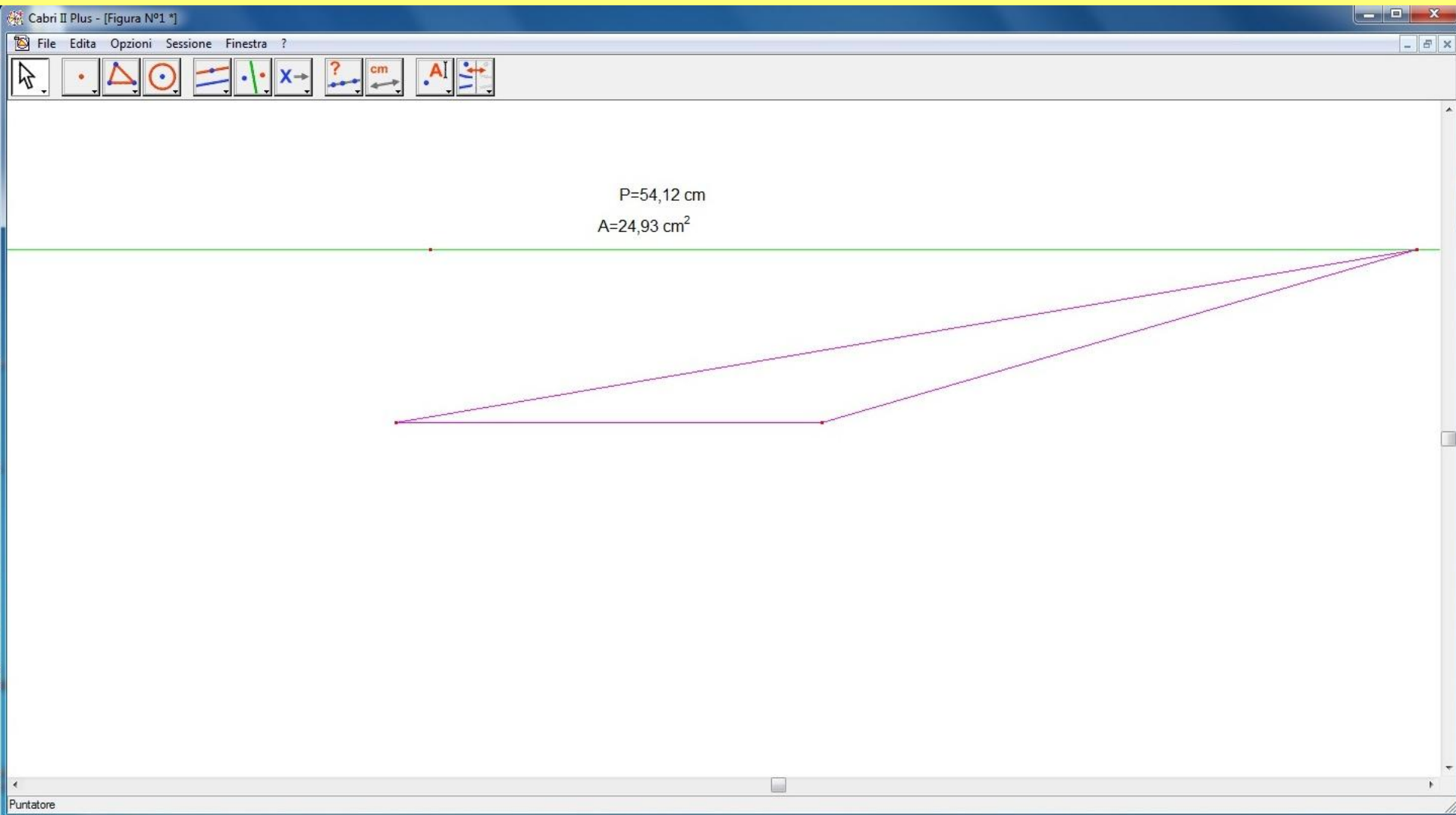
Triangoli con la stessa base e la stessa area (IC Cortese – Casoria)

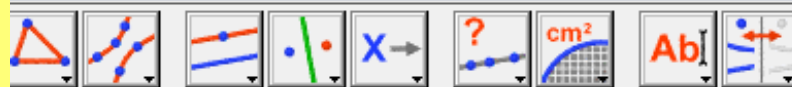










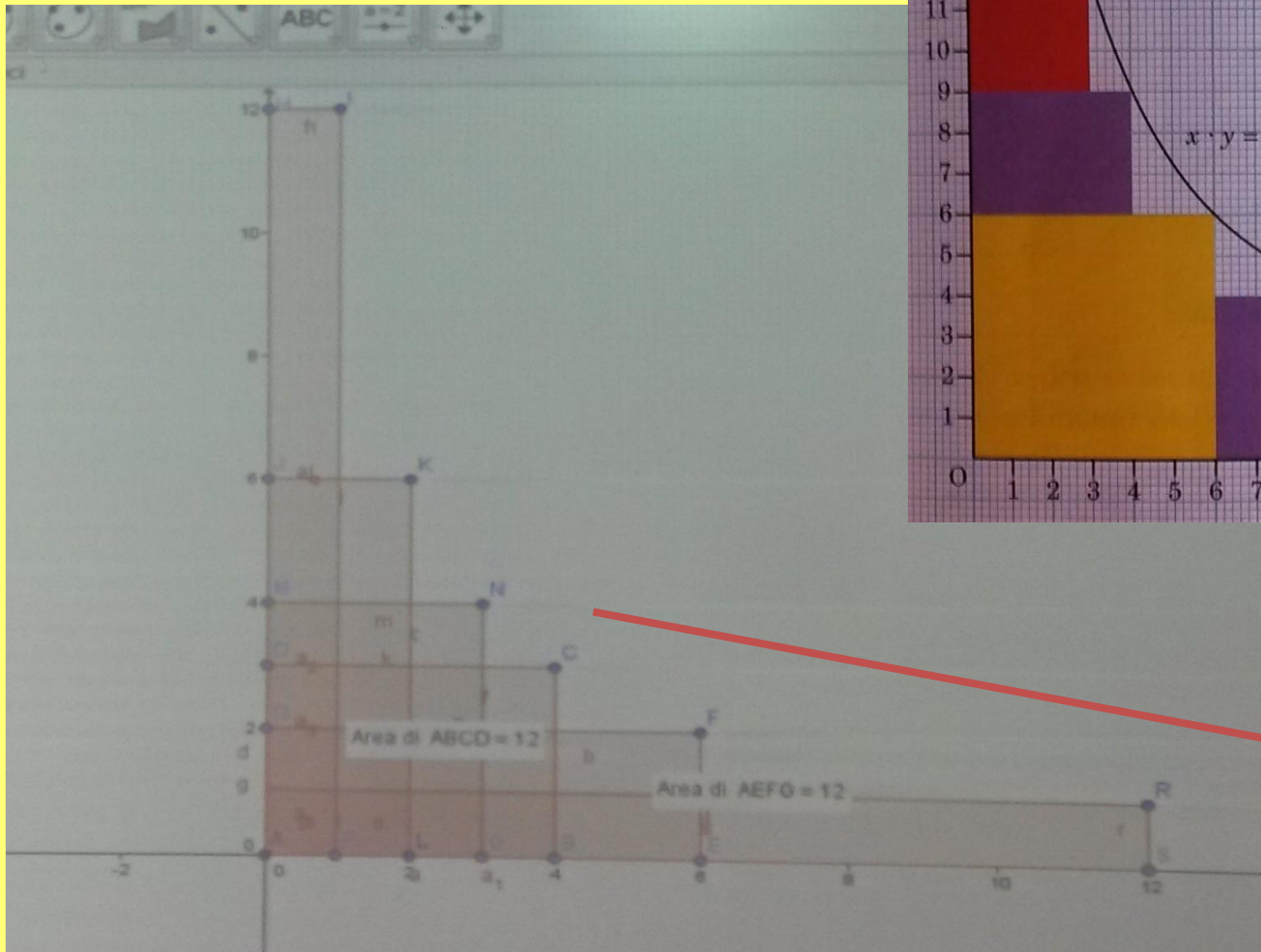
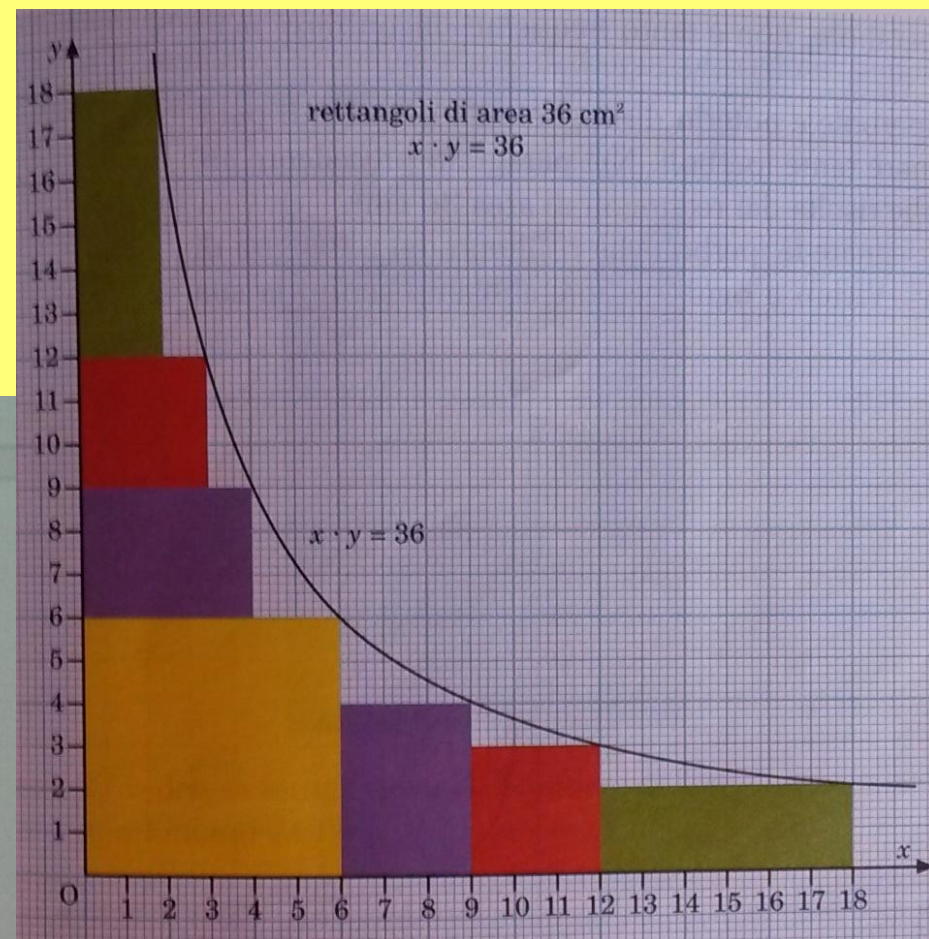


$P=16,77 \text{ cm}$
 $A=12,74 \text{ cm}^2$

$P=18,30 \text{ cm}$
 $A=12,74 \text{ cm}^2$

$P=35,43 \text{ cm}$
 $A=12,74 \text{ cm}^2$

I vertici mobili questa volta non sono su una retta ma su un arco di curva (iperbole) ed hanno la caratteristica comune di avere sempre lo stesso prodotto tra l'ascissa e l'ordinata ($xy=k$)



Ed il quadrato?

CONCLUSIONI

Operare sull'argomento area e perimetro trattandoli insieme e mostrando le relazioni interdipendenti tra i due concetti.

Costruzione attraverso materiali dinamici (consentono all'allievo di costruire materialmente le proprie figure, di scomporle e ancora ricomporle giungendo a coglierne proprietà che prima con la sola osservazione del disegno non era riuscito a cogliere).

Manipolazione e *cooperative learning* (valenza significativa per alunni con **BES**). Tra i risultati conseguiti per la scuola dove lavoro attualmente: squadra classificata prima a livello regionale per le **OLIMPIADI DI PROBLEM SOLVING** promosse dal MIUR)

Ricostruire le esperienze attraverso software informatici che consentono di esplorare la matematica in modo attivo e interattivo.

*“io sono sicuro che anche i più scettici uscendo dalla nostra esposizione hanno capito che questo insegnamento funziona; e anche noi abbiamo tratto i benefici da questa mostra perché abbiamo veramente capito cosa è e come è la matematica, **e abbiamo capito come si fa a diventare uomini**”.*

GRAZIE PER L'ATTENZIONE