

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

**Logica dell'incerto di Bruno de Finetti¹,
logica sfumata di Angelo Fadini²
e sperimentazione nella scuola primaria**

Antonio Maturo^a

Luciana Delli Rocili^b

^aUniversità di Chieti-Pescara email: antmat@libero.it

^bIstituto Comprensivo Statale Pescara 5, email: lucianadr@live.it

¹*Bruno de Finetti (1906 – Roma 1985), Presidente della Mathesis dal 1970 al 1981*

²*Angelo Fadini (Napoli 1910, Napoli 1992), Presidente della Mathesis dal 1982 al 1987*

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Sunto Il lavoro si focalizza su alcune idee di base di Bruno de Finetti e Angelo Fadini, evidenziando vari aspetti comuni.

Entrambi hanno portato avanti l'idea della interdisciplinarietà nell'insegnamento e nella ricerca.

Bruno de Finetti, con la sua “Matematica Logico Intuitiva” del 1959, e la sua “Teoria delle Probabilità”, del 1970, e ancora prima, con “L'invenzione della Verità”, del 1934, mostra un rifiuto dell'insegnamento formale, comodo, monodisciplinare, fatto di certezze.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Bruno de Finetti sceglie la “strada impervia” dell'affrontare i problemi che sono alla base della scienza.

Angelo Fadini, imponendo le Teorie degli Insiemi Nebulosi e degli Insiemi Sfocati, diffonde per primo in Italia varie questioni logiche che mette come fondamento di applicazioni pratiche nell'Architettura e nella didattica.

Il lavoro presenta anche qualche risultato di una sperimentazione didattica nella scuola primaria delle idee di Bruno de Finetti e Angelo Fadini, ancora in atto.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Parole Chiave

Probabilità soggettiva.

Logica a tre valori.

Logica fuzzy.

Didattica interdisciplinare.

Esperienze nel primo ciclo.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

1. La visione interdisciplinare di de Finetti e la distinzione fra i concetti logici e quelli probabilistici

Spesso capita di trovare persone con notevoli pregiudizi sulla “*probabilità soggettiva*”.

Di solito si confonde la parola “soggettiva” con la parola “arbitraria”.

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

Le stesse persone ritengono “oggettiva” la “*probabilità assiomatica*” di Kolmogoroff, senza riflettere sul fatto che essa, più che preoccuparsi di *come assegnare* le probabilità agli eventi che occorre considerare, stabilisce *come fare calcoli* a partire da una distribuzione di probabilità assegnata ad una famiglia di eventi molto ampia (che si impone formi una σ -algebra).

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

In polemica con l'impostazione assiomatica, *Bruno de Finetti* pubblica, nel 1970, i suoi due volumi di *Teoria delle probabilità* (de Finetti, 1970).

Lo stesso titolo dell'opera, in contrasto con il titolo di *Calcolo delle probabilità* usualmente adottato dai testi sulla Probabilità, indica il programma di lavoro di *de Finetti*, rivolto ad un approfondimento dal punto di vista della logica e del significato degli assiomi utilizzati e delle conseguenze ottenute.

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

Alcuni dei maggiori meriti di *Bruno de Finetti* sono:

- la *capacità di interdisciplinarietà*, ossia di spaziare fra i vari rami della matematica e della fisica senza fossilizzarsi nel linguaggio e nelle tecniche di un solo settore, come dimostra la stessa dedica dell'opera a Beniamino Segre;
- l'aver operato una netta *distinzione* fra *concetti logici* e *concetti probabilistici* riuscendo ad evitare tutta una serie di frequenti errori logici che portano anche a valutazioni errate di probabilità.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Alcune questioni logiche e probabilistiche ignorate nell'impostazione assiomatica della probabilità e messe in evidenza da de Finetti sono:

- Il concetto di evento condizionato come ente logico a tre valori di verità.
- La necessità di considerare e confrontare gli eventi di probabilità nulla.
- La necessità di separare concetti logici e probabilistici, ad esempio tenendo accuratamente distinti i concetti di indipendenza logica e indipendenza probabilistica.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

- L'importanza della valutazione della probabilità condizionata $p(E|H)$ anche se $p(H) = 0$.
- La necessità di minimizzare l'algebra degli eventi che si considera, costruendo l'algebra a partire dagli eventi e non viceversa considerando gli eventi come sottoinsiemi di un'algebra di insiemi precostituita.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Tutta la trattazione di de Finetti prevede un certo impegno logico nel procedere nella costruzione della Teoria della Probabilità e molto senso critico.

È quindi controindicata per chi vuole fare calcoli con il massimo di automatismi senza soffermarsi su questioni logiche e critiche.

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

Non c'è quindi da meravigliarsi se i sottili risultati e le approfondite considerazioni logiche, algebriche e geometriche che si trovano nei lavori di *de Finetti* si possono sfruttare o adattare anche in altri campi della matematica e delle sue applicazioni.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

La probabilità soggettiva di de Finetti si basa sul concetto di “evento” come proposizione logica che può assumere solo i valori “vero” o “falso” (anche se può non essere nota quali dei due valori di verità si verifica).

Tuttavia de Finetti, soprattutto nell'appendice critica della Teoria delle Probabilità appare affascinato dalle logiche a più valori, citando più volte il testo *Philosophic Foundations of Quantum Mechanics* di Reichenbach (1944).

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Bruno de Finetti sembra molto vicino alle idee sugli insiemi nebulosi e sugli insiemi sfocati di Angelo Fadini, sia con tutte le sue considerazioni sulle logiche a più valori, sia con la sua proposta di trattare i numeri aleatori prima di introdurre le probabilità e sia con i ragionamenti sull'incertezza di ciò che si afferma del mondo reale.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Angelo Fadini era vice presidente Mathesis quando era presidente Bruno de Finetti. I due erano quasi coetanei (Angelo Fadini aveva 4 anni di meno).

Forse fra i due ci sono stati vari scambi di idee che noi non conosciamo. Sarebbe interessante conoscere le interazioni di tipo culturale e scientifico fra i due grandi presidenti.

Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”

2. Eventi condizionati e logica a 3 valori in de Finetti

I concetti di *evento condizionato*, *probabilità condizionata* e *previsione condizionata* differenziano in maniera determinante, da un punto di vista logico e probabilistico, l'impostazione della *Teoria della probabilità* di *Bruno de Finetti* da quella del *Calcolo delle probabilità* di *Kolmogoroff*.

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

Nell'impostazione assiomatica di *Kolmogoroff* non si attribuisce un significato logico all'*evento condizionato*. Dati due eventi A e B , con $B \neq \emptyset$, si definisce la *probabilità condizionata* $p(A|B)$ come rapporto $p(A \cap B)/p(B)$ e si avverte che tale definizione ha senso se e solo se $p(B) \neq 0$.

Quindi la definizione di *probabilità condizionata* di Kolmogorov è basata sull'assunzione che gli eventi di probabilità nulla vadano comunque trascurati.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Bruno de Finetti contesta la logica di tale impostazione. Egli parte dall'idea che l'evento condizionato $A|B$ ha un significato logico indipendente dalla probabilità $p(B)$, con la semplice condizione $B \neq \emptyset$.

A tale scopo considera una logica a tre valori: “*vero*”, “*falso*” e “*indeterminato*” (basandosi su lavori di Fisica Quantistica (Reichenbach, 1944)) e definisce l'evento condizionato $A|B$ come una proposizione *vera* se si verifica $A \cap B$, *falsa* se si verifica $A^c \cap B$ e *indeterminata* se si verifica B^c .

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Ogni evento A può essere considerato come l'evento condizionato $A|\Omega$, con Ω evento certo.

La struttura algebrica degli eventi condizionati (o generalizzata) è studiata, oltre che in (Reichenbach, 1942) e in (de Finetti, 1970), anche in altri lavori (ad es. Fadini, 1970; Maturo 1993).

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

La formula $p(A|B) = p(A \cap B)/p(B)$, per $p(B) \neq 0$, che per Kolmogoroff è una definizione, per de Finetti diventa un teorema, valido per $p(B) \neq 0$, mentre per $p(B) = 0$ valgono altri teoremi.

La *probabilità condizionata*, che ha il significato di *grado di fiducia* che un evento condizionato risulti *vero*, viene assunta esistente, anche se talvolta non conosciuta, per ogni evento condizionato.

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

In base a *principi di coerenza* che “tutti sono disposti ad accettare”, vengono stabilite le relazioni fra le varie probabilità condizionate.

Una assiomatica della probabilità degli eventi condizionati dal punto di vista di de Finetti si trova in (Dubins, 1975).

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Le varie relazioni sono ottenute utilizzando il concetto di *scommessa coerente*.

Un giocatore G punta una somma S sul verificarsi dell'evento condizionato $A|B$ e:

- riceve una vincita V se $A|B$ risulta vero;
- ottiene la restituzione della puntata S se $A|B$ è indeterminato;
- non ottiene nulla se $A|B$ è falso.

Il rapporto S/V è la probabilità soggettiva di $A|B$ valutata da G .

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

In altri termini, de Finetti propone l'idea di definire l'evento condizionato $A|B$ come un *numero aleatorio*, che dovrebbe assumere i valori 1, 0, $p(A|B)$, a seconda che $A|B$ sia vero, falso o indeterminato.

Il prodotto di $A|B$ per V è ciò che lo scommettitore G riceve.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Questa definizione è stata criticata da alcuni perché pone il problema logico di inserire la probabilità condizionata nella definizione di evento condizionato.

Tali critiche, però, possono essere superate facilmente poiché si può sempre inserire in una definizione un'incognita, quando la definizione vale qualunque sia il valore assunto dall'incognita.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Le idee di de Finetti hanno avuto dei convinti assertori in Italia e all'estero.

In particolare sono trattate nei testi (Kyburg, Smokler, 1964; Scozzafava, 1996, 2001; Coletti, Scozzafava, 2002).

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

3. Angelo Fadini: la Mathesis, gli insiemi nebulosi, gli insiemi sfocati e le Facoltà di Architettura

La Mathesis, la logica a più valori e le novità nell'insegnamento della matematica nelle Facoltà di Architettura sono legate, a Pescara e a Napoli, alla figura di Angelo Fadini.

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

Angelo Fadini, docente presso la Facoltà di Architettura di Napoli, oltre ad aver segnato la storia della Mathesis, ha avuto un ruolo importante anche nella storia delle Facoltà di Architettura di Pescara ed in quella personale dell'autore Antonio Maturo, che racconta:

“Nell'anno accademico 1970-71, subito dopo la laurea, cominciai a collaborare, in qualità di “Laureato Addetto alle Esercitazioni”, con il corso di Analisi Matematica e

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

*Geometria Analitica I della Facoltà di Architettura di
Pescara, appena riconosciuta con DPR 9/3/70 n.441.*

*Dopo un periodo burrascoso di contestazioni studentesche
il preside di Facoltà assegnò il Corso per incarico ad
Angelo Fadini, noto per la sua calma, razionalità e
decisione nell'affrontare situazioni difficili.*

*La prima volta che Angelo Fadini venne a Pescara andai a
prenderlo alla stazione. Ispirava una gran tranquillità,
fiducia e voglia di fare ricerca.*

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

*Aveva un irrefrenabile desiderio di diffondere alcuni suoi
punti di vista sulla Matematica per l'Architettura e sulla
Didattica della Matematica. Angelo Fadini era un grande
innovatore e precursore dei tempi attuali.”*

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Fadini aveva avuto l'intuizione e la ferma convinzione che la Matematica nella Facoltà di Architettura non poteva ridursi ai due Corsi tradizionali di Analisi Matematica e Geometria Analitica I e II, sostanzialmente finalizzati a fornire la base matematica per gli argomenti di Fisica, Statica, Scienze delle Costruzioni e simili.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Per lui la Matematica non doveva avere un ruolo subordinato ad altre discipline, ma aveva il compito di dare delle strutture logiche da utilizzare soprattutto nei Corsi che apparivano più lontani dalla Matematica, come ad esempio quelli di Composizione Architettonica ed Urbanistica.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

La sua missione era quella di diffondere una nuova Matematica, in grado di aiutare a trattare situazioni confuse ed incerte, per le quali le tradizionali Analisi Matematica e Geometria Analitica non potevano essere di nessun aiuto.

A tale scopo era riuscito, unico in Italia, a far istituire, nella Facoltà di Architettura di Napoli, un nuovo corso da tenersi nel terzo anno, denominato Complementi di Matematica.

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

Il problema fondamentale era quello di rifondare la Matematica da un punto di vista logico: non potevano essere accettate solo le proprietà della logica binaria, dette *funzioni enunciative*, che possono assumere, per ogni elemento dell'universo di discorso, solo i valori “vero” o “falso”, e da cui si ottengono gli insiemi (Russel, 1962).

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

Per Fadini era necessario trovare anche la maniera di trattare le proprietà vaghe su cui si basa la nostra vita quotidiana come “ x è povero” o “ x è bello”, dette, in (Fadini, 1979: 41), *pseudo funzioni enunciative*”.

Esse possono essere *vere*, *false* o *parzialmente vere* e danno luogo ad insiemi generalizzati, detti “sfocati” o “fuzzy” caratterizzati dal fatto che un elemento può appartenere anche parzialmente ad un insieme.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Una trattazione sistematica degli insiemi fuzzy è in (Klir, Yuan, 1995),

Angelo Fadini si era occupato, come de Finetti, di logiche trivalenti, riprendendo le idee di (Reichenbach, 1944), considerando i valori “vero”, “falso” e “indeterminato”, e le idee di (Gentilhomme, 1968).

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

Da tali logiche si ottengono gli *insiemi nebulosi* - *ensembles flous* per Gentilhomme - (per ogni elemento ci sono tre possibilità: *appartenenza*, *non appartenenza* e *semiappartenenza*) e di conseguenza l'estensione a tali insiemi delle classiche operazioni di unione, intersezione e complemento.

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

Angelo Fadini aveva anche appena introdotto in Italia la teoria degli *insiemi sfocati* o *fuzzy set*, basandosi sull'articolo di Zadeh “Fuzzy Sets” su “Information and Control” del 1965, considerato da tutti il lavoro di base della teoria, e sui testi di Kaufmann (1975a, 1975b), in francese.

Egli riteneva che, al momento, la comunità matematica non avrebbe accolto bene la teoria e che essa si sarebbe diffusa entro 30 anni (nel 2000).

Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”

Antonio Maturo prosegue nel suo racconto:

“Angelo Fadini prevedeva (nel 1971) che io sarei diventato professore presso la Facoltà di Architettura di Pescara e che verso il 2000 avrei contribuito alla diffusione dei fuzzy set e delle sue applicazioni all'Architettura.

Io lo ringraziavo per le sue parole di incoraggiamento, ma ero piuttosto pessimista sulla possibilità di percorrere la carriera universitaria.

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

*Allora ero soprattutto impegnato a prepararmi per i
Concorsi a Cattedre per le Scuole Medie Superiori. Quindi
non studiai i fuzzy set, ma mi occupai dei problemi
risolubili con riga e compasso, delle trasformazioni
quadratiche, delle superficie algebriche e dei numeri
algebrici e trascendenti.*

*Uno dei maggiori interessi di Angelo Fadini era quello di
portare avanti un'associazione di matematici di cui era*

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

*presidente Bruno de Finetti e di cui lo stesso Fadini
sarebbe diventato presidente 11 anni dopo: la Mathesis.*

*Mi disse che era opportuno prevedere delle sezioni locali
della Mathesis in Abruzzo.*

*Gli diedi retta solo 16 anni dopo, fondando con degli
amici, soprattutto Giuseppe Manuppella e Paolo Rotondo,
la sezione di Pescara nel 1987.*

*Ironia della sorte: proprio nell'anno in cui Angelo Fadini
lasciava la presidenza della Mathesis a Bruno Rizzi.*

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

Nel 1995, circa 24 anni dopo la presenza di Angelo Fadini a Pescara, ho cominciato a occuparmi anche io di fuzzy set. Poco tempo prima, aderendo al gruppo di ricerca di Romano Scozzafava, sono passato dalla probabilità assiomatica a quella soggettiva di de Finetti.”

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

4. Sperimentazione nella scuola primaria

Dal 2012 un gruppo di lavoro da noi coordinato, ha attivato un progetto di sperimentazione nella scuola primaria in cui insegna Luciana Delli Rocili, per valutare la portata e l'efficacia dell'introduzione delle idee di base a cui si ispiravano Bruno de Finetti e Angelo Fadini.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

La sperimentazione si basa sull'idea che l'impostazione soggettiva del calcolo delle probabilità di de Finetti e contemporaneamente gli enunciati linguistici della logica sfumata possano essere particolarmente validi per la formazione interdisciplinare degli studenti della scuola primaria.

A differenza di altre impostazioni basate essenzialmente su formule e calcoli, la probabilità soggettiva si basa sui concetti logici e sul concetto di relazione.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Inoltre la logica sfumata, utilizzando le proposizioni linguistiche, permette un insegnamento interdisciplinare di italiano e matematica.

Si parte dall'approfondimento del concetto di enunciato della logica binaria e di quello più generale di enunciato linguistico.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

La prima fase di lavoro in classe è consistita quindi nel riconoscimento dei vari tipi di enunciati.

In una prima sperimentazione effettuata, in riferimento alla prima fase, sono state sottoposte ai bambini di 4 classi, due prime e due quarte, 20 frasi, con varie alternative di risposta.

I bambini dovevano capire se si trattava di non enunciati, enunciati della logica classica, eventi, enunciati linguistici (ossia fuzzy).

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

Alcune delle frasi proposte sono le seguenti:

1. *Davide Di Blasio è il più alto della sua classe;*
2. *Eliseo Mirabella in bicicletta;*
3. *Tutti abbiamo visto un film;*
4. *Francesco ha gli occhi azzurri;*
5. *Frequentiamo una scuola a tempo pieno;*
6. *Mirko Guetti è bravo;*
7. *Giovanni è un carciofo;*

Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”

8. Michela Finocchio ha preso 'bravissima';

9 Leonardo una mela e una pera;

10 Domenica il Pescara vincerà;

11 Alfredo è assente;

12 I gatti hanno le ali;

13 I ricchi hanno due case grandi;

14 Nel mese di aprile fa freddo;

15 Un povero mangia poco.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Le risposte proposte, fra cui scegliere, erano le seguenti:

- a. vero;
- b. falso;
- c. vero o falso, ma non so quale dei due;
- d. più vero che falso;
- e. più falso che vero;
- f. a metà fra vero e falso;
- g. non è un enunciato linguistico;
- h. altro.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

La discussione in classe dei risultati è stata molto stimolante. In qualche caso i ragionamenti e le osservazioni dei bambini sono stati molto acuti, facendo rilevare aspetti non presi in considerazione dai docenti in quanto ritenuti in quanto ritenuti scontati o sottointesi.

Il risultato dell'indagine è stato un soddisfacente approfondimento dei concetti non solo per i bambini, ma anche per i docenti.

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**



*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Un approfondimento di questa prima fase, possibile con classi particolarmente reattive, può essere la comprensione e l'uso delle principali regole di inferenza.

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

La seconda fase è consistita nell'introdurre le relazioni di *preferenza – indifferenza* e successivamente la probabilità qualitativa come particolare relazione di *preferenza – indifferenza*.

I bambini sono stati addestrati al confronto a coppie di eventi, ossia a valutare la maggiore, minore o uguale “facilità di verificarsi” di due eventi e a fare un controllo di coerenza di tali valutazioni.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Se (A, B) è una coppia ordinata di eventi fra cui si ritiene che A non è meno probabile di B , si chiede di esprimere uno dei seguenti giudizi:

- A e B sono egualmente probabili,
- A è un po' più probabile di B ,
- A è più probabile di B ,
- A è molto più probabile di B ,
- A è assolutamente più probabile di B .

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Nella terza fase si è sperimentata l'efficacia dell'impostazione di de Finetti, consistente nell'introdurre la probabilità a partire da una scommessa, valutando la coerenza dell'assegnazione numerica di probabilità con le valutazioni di probabilità qualitativa precedentemente espresse.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

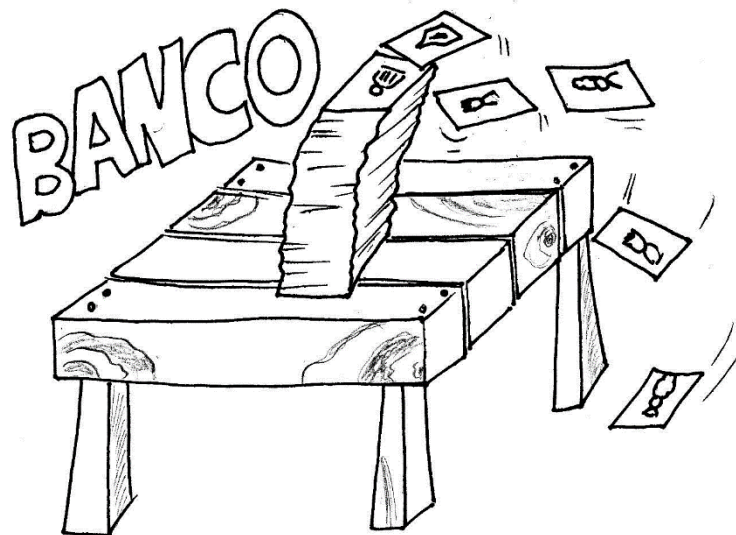
I risultati ottenuti appaiono in alcuni casi un po' incoerenti, in quanto i bambini, nello scommettere, sono influenzati da aspetti emozionali che fanno perdere il comportamento razionale.

Tuttavia il percorso didattico sembra molto soddisfacente.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

L'idea definettiana di introdurre la probabilità attraverso le scommesse ha avuto un successo entusiastico da parte dei bambini, che, vedendo la scommessa come un gioco, hanno avuto lo stimolo per l'avvio alla comprensione dei fondamenti e delle procedure della probabilità.

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**



**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

LA SCOMMESSA



*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Da ribadire, fra gli aspetti positivi, che la probabilità soggettiva è meno dipendente dal calcolo rispetto alle altre impostazioni.

Essa mette maggiormente in luce gli aspetti logici del ragionamento probabilistico.

Inoltre non è legata ad assunzioni, più o meno sottintese, di equiprobabilità di eventi di una particolare partizione dell'evento certo né a formule precostituite.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Importante sottolineare, come ha mostrato la sperimentazione, che la probabilità soggettiva può essere introdotta facilmente e efficacemente in maniera ludica.

Infine è da rilevare che nell'impostazione soggettiva della probabilità, viene esaltato il collegamento interdisciplinare in quanto lo sforzo di comprensione logica degli enunciati, del loro collocamento spaziale e temporale, porta ad uno spontaneo approfondimento dei concetti grammaticali, sintattici, storici.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

Si ottiene in particolare un arricchimento del vocabolario e una velocizzazione nel processo di assimilazione dei concetti espressi in forma analitica, scritta o verbale.

Nella quarta fase abbiamo fatto lavorare i bambini su valutazioni di probabilità legate a situazioni in cui occorre prendere decisioni.

*Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”*

L'importanza delle valutazioni di probabilità soggettiva per prendere decisioni è evidenziata con varie argomentazioni in (Lindley, 1990).

Ci si è interessati soprattutto alle situazioni ludiche che attraggono particolarmente i bambini.

A partire dai risultati ottenuti, i bambini sono stati indotti a riflettere anche sulle decisioni in condizione di incertezza più importanti, legate al lavoro, al benessere, alla scelta dei valori della loro vita.

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

Bibliografia

Coletti, G., Scozzafava, R., (2002), *Probabilistic logic in a coherent setting*, Kluwer Academic Publishers, London.

de Finetti, B. (1970), *Teoria delle Probabilità*, vol. I e II, Einaudi, Torino.

Delli Rocili L., Maturo A., (2013), Logica del certo e dell'incerto per la scuola primaria, *Science&Philosophy* Vol. 1, No 1, (2013) pp. 37 – 58.

Delli Rocili L., Maturo A., (2013), Teaching mathematics to children: social aspects, psychological problems and decision-making models, in *Interdisciplinary approaches in social sciences*, pp. 243-255, Editura Universitatii A.I. Cuza, Iasi, Romania, isbn 9789737039026.

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

Delli Rocili L., Maturo A., (2013), Probabilità e Statistica nella Scuola Primaria: riflessioni sulle Indicazioni Nazionali, esperienze e proposte, Periodico di Matematiche, 5 (2) Serie XI, 5-12.

Delli Rocili L., Maturo A., (2013), Probabilità e Statistica nella scuola primaria: esperienze didattiche e proposte, Science & Philosophy, 1 (2), 49-78, issn = 2282-7765.

Dubins, L.E., (1975), Finitely additive conditional probabilities, conglomerability and disintegrations, *The Annals of Probability*, 3, 89-99.

Fadini, A., (1979), *Introduzione alla teoria degli insiemi sfocati*, Liguori, Napoli.

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

Gentilhomme, M.Y., (1968), Les ensembles flous en linguistiques, *Cahiers de linguistique theorique et appliquée*, Bucarest, (5) 47, pp. 47-65.

Kaufmann A., (1975a), *Theory of fuzzy subsets*, Vol I, Academic Press, New York.

Kaufmann A., (1975b), *Introduction a la théorie des sous-ensemble flous*, Vol II e Vol III, Masson, Paris.

Klir G.J., Yuan B., (1995), *Fuzzy sets and fuzzy logic*, Prentice Hall.

Kyburg H. E., Smokler H. E., (1964), *Studies in Subjective Probability*, John Wiley, New York.

Lindley D. V., (1990), *La logica della decisione*, Il Saggiatore, Milano

**Rimini, 20-22 Aprile 2018 Convegno Nazionale/Corso di aggiornamento su
“L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del
secolo XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica”**

Maturo A., (1993), Struttura algebrica degli eventi generalizzati, *Periodico di Matematiche*, 4, 1993, p. 18-26.

Reichenbach H., (1944), *Philosophic Foundations of Quantum Mechanics*, University of California Press, Berkeley and Los Angeles, USA, tr. it. Einaudi, Torino, 1954

Russell B., (1962), *Introduzione alla filosofia matematica*, Longanesi, Milano.

Scozzafava R., (1996), *La probabilità soggettiva e le sue applicazioni*, Zanichelli, Bologna.

Scozzafava R., (2001), *Incertezza e probabilità. Significato, valutazione, applicazioni della probabilità soggettiva*, Zanichelli, Bologna.