

Rimini, 20-22 aprile 2018

Convegno Nazionale

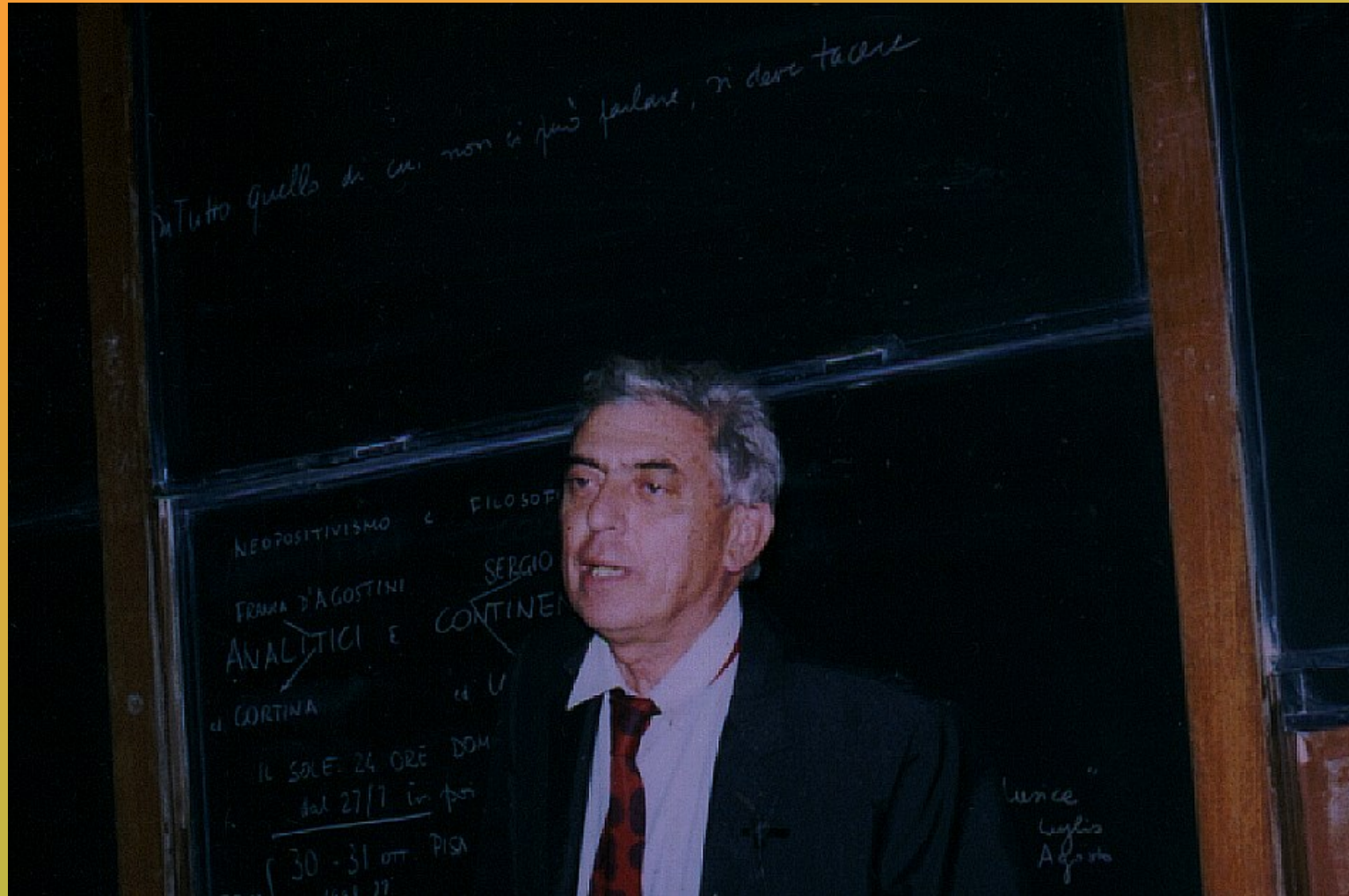
*L'attualità degli insegnamenti dei grandi Maestri della Mathesis nella seconda metà del secolo
XX: nuove prospettive nella didattica e nei fondamenti della Matematica*

**Sulle orme di Francesco Speranza:
come non deve essere l'insegnamento della Geometria
nella Scuola Primaria**

Paola Vighi

Dipartimento di Scienze Matematiche, Fisiche e Informatiche (ex docente) - Università degli Studi di Parma
Presidente della Sezione Mathesis di Parma

Francesco Speranza (1932- 1998)



G E O M E T R I A

1. Come non deve essere l'insegnamento della Geometria

E' abbastanza diffuso un tipo di insegnamento della Geometria che ha due aspetti: da un lato una riduzione di quello che è contenuto nei testi classici che, in un modo o nell'altro, si riconducono a quello di Euclide (a questo filone appartengono i tentativi di definizione di concetti, date fin dall'inizio; l'uso della nomenclatura classica; ecc.); inoltre, una serie di regolette (che dovrebbero avere interesse pratico) sul calcolo di perimetri, aree e volumi di alcuni tipi classici di figure.

In quanto al primo filone, si può notare che è errato rifarsi a un testo che ha chiaramente una finalizzazione di sistemazione rigorosa (nel quale, d'altra parte, sono state rilevate negli ultimi cento anni numerose pecche): si perde così l'occasione di condurre gli allievi a compiere un cammino operativo sulla conoscenza geometrica. Ovviamente, finché si insisterà a inserire nella preparazione degli insegnanti una pretesa "sistemazione razionale", senza basi adeguate, non si darà loro lo strumento per un insegnamento efficace. In quanto alle varie regole cui si accennava, esse risultano di regola un puro esercizio mnemonico, e di nessuna utilità pratica.

Si pone allora il problema di cosa insegnare ai bambini, e quindi di cosa insegnare agli insegnanti. Qui affrontiamo il secondo, ma va notato che tutto quello che diremo (salvo il paragrafo 10) ha una diretta attinenza con l'insegnamento ai bambini.

Come non deve essere l'insegnamento della Geometria

... due aspetti nell'insegnamento della Geometria:

- riduzione di quello che è contenuto nei testi classici
- una serie di regolette sul calcolo di perimetri, ...

... si perde così l'occasione di condurre
gli allievi a compiere
un cammino operativo
verso la conoscenza geometrica

Salviamo la Geometria!

F. Speranza (1988), *la Matematica e la sua Didattica*, 2 (3), 6-13.

... si stanno perdendo (in tutti gli ordini scolastici, dalle elementari all'Università) alcune caratteristiche dello *spirito della Geometria* ...

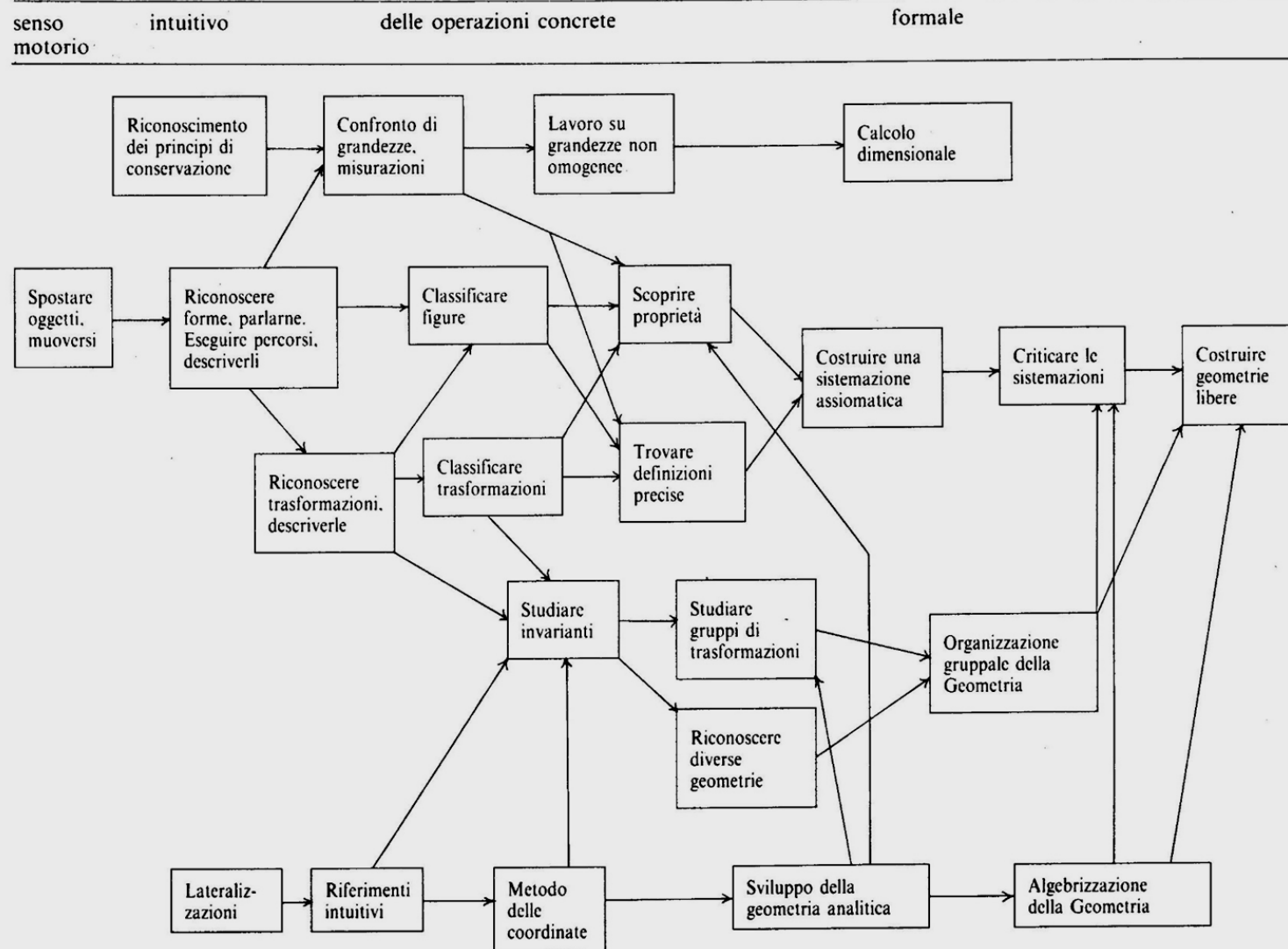
... la Geometria ..., per sua natura, è **qualcosa di assai complesso**: qualcosa che, in via provvisoria, si può anche organizzare in modo sistematico (è questo lo scopo della tradizione euclidea), ma della cui complessità non si può fare a meno se si vogliono sfruttare tutte le sue possibilità.

... il **valore formativo della Geometria**, e la sua **utilità come strumento per altre discipline**, vengono messi in risalto da una trattazione che tenga conto dei molti approcci possibili: se anche a livello elementare c'è l'esigenza d'una **trattazione critica**, a maggior ragione questo deve essere vero quando si studia la Geometria a livello avanzato.

(fig. 1)

L'organizzazione della Geometria

Stadi:



Salviamo la geometria!

Dalle immagini mentali ai concetti geometrici

“... gli oggetti concreti non hanno forme geometriche precise: come possiamo allora avere l'immagine di un cerchio perfetto? In particolare, come possiamo avere immagini a due dimensioni? Orbene, è verosimile che un bambino abbia appunto delle immagini approssimative; e che a un certo punto dello sviluppo intellettuale (forse per un atto di volontà più che di immaginazione) le immagini vengano regolarizzate, in modo che si adattino ai “concetti precisi”, così come li ha costruiti la scienza geometrica”.

(Speranza, F. (1997). Dallo Spazio alla geometria)

Registri di rappresentazione semiotica e funzionamento cognitivo del pensiero

(Duval, 1993)

In matematica “*gli oggetti studiati sono inaccessibili al di fuori di rappresentazioni dipendenti unicamente da una attività semiotica*”

“ ... la *trasformazione di rappresentazioni semiotiche* è intrinseca ad ogni prassi matematica.
E proprio lì si trova la fonte principale delle difficoltà o, più esattamente, della complessità cognitiva dell'apprendimento della matematica”

VISUALIZZAZIONE

Il modo abituale di vedere le figure costituisce un **ostacolo** all'appropriazione e all'utilizzazione di conoscenze geometriche

ICONICA

botanico

'tenditore di funi'
geometra

NON ICONICA

costruttore

inventore
'bricoleur'

La **decostruzione visuale delle forme** percettive elementari che si impongono al primo colpo d'occhio conduce ad utilizzare **tracciati supplementari** allo scopo di scoprire sulla figura un procedimento di soluzione del problema

Teoria di van Hiele (1986)

Livello visuale: il bambino identifica le figure sulla base del loro aspetto, considerandole come un tutto e senza osservarne le proprietà; usa inoltre un linguaggio informale

Livello descrittivo: gli allievi sono in grado di riconoscere le figure e di caratterizzarle in base alle loro proprietà geometriche, le sanno denominare

Livello razionale: relazioni tra le diverse proprietà di una figura nonché tra figure (trasformazioni geometriche)

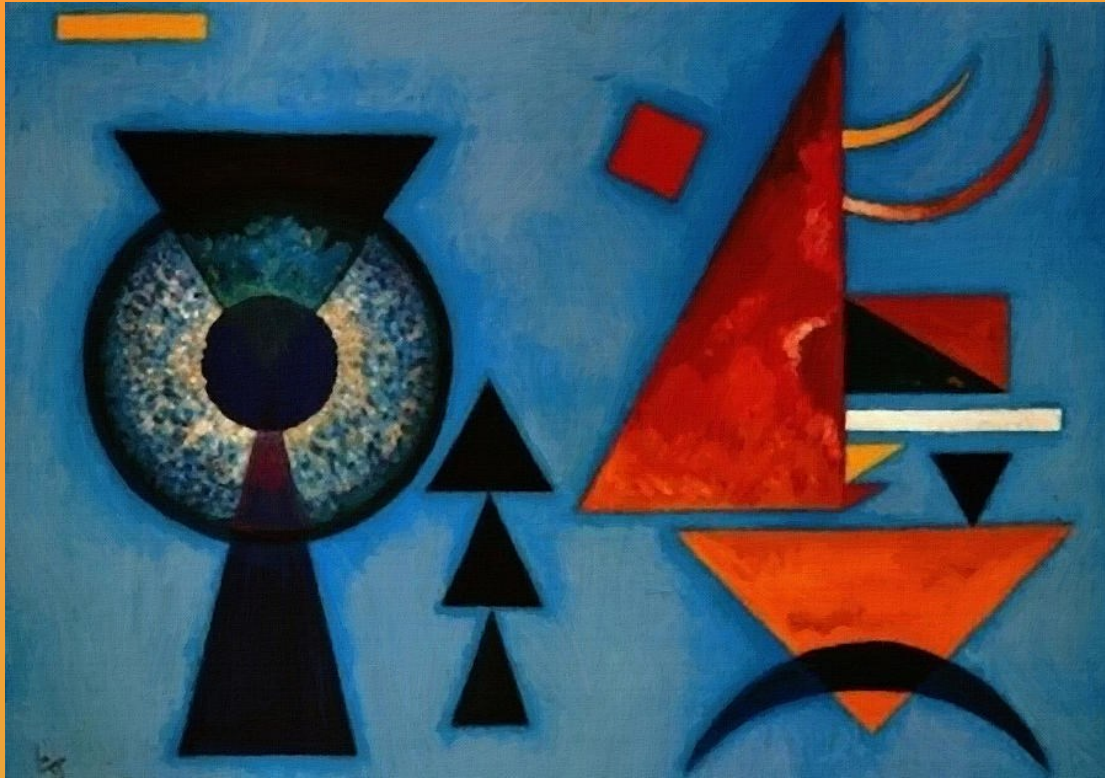
Livello deduttivo: lo studente comprende il ragionamento deduttivo (geometria euclidea)

Livello formale: lo studente comprende l'organizzazione di un sistema assiomatico ed è in grado di confrontare diverse teorie (geometria non euclidea)

La teoria di van Hiele ha inciso notevolmente sia sulla ricerca relativa al pensiero geometrico che sui percorsi scolastici:

«Il modello ha fortemente influenzato i curricula di geometria in tutto il mondo per l'enfasi sull'analisi delle proprietà e la classificazione delle figure nei livelli (per esempio, associato alla classificazione di triangoli o quadrilateri)»

(Swoboda & Vighi, 2016, p. 9)



<https://fineartamerica.com/featured/soft-hard-wassily-kandinsky.html>

Figure geometriche: 1 quadrato, 2-3 rettangoli, 2 cerchi, 12 triangoli,
3 «figure curve» (“accentuazione della linea”)

Trasformazioni geometriche: assi di simmetria locali, rotazione, similitudine,
topologia (sopra/ sotto, dentro/fuori, sinistra/destra)

Concetto di spazio: organizzazione spaziale e reciproca posizione delle forme,
parallelismo e perpendicolarità

Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione (MPI, 2012):

LA CONOSCENZA DEL MONDO

I bambini elaborano la prima “organizzazione fisica” del mondo esterno attraverso attività concrete che portano la loro attenzione sui diversi aspetti della realtà, ...

Osservando il proprio movimento e quello degli oggetti, [...] imparano a organizzarli nello spazio e nel tempo [...]

Toccando, smontando, costruendo e ricostruendo, affinando i propri gesti, **i bambini individuano qualità e proprietà degli oggetti e dei materiali, ne immaginano la struttura e fanno assemblarli in varie costruzioni;** riconoscono e danno un nome alle proprietà individuate, si accorgono delle loro eventuali **trasformazioni.**



Il problema del 'ribaltamento'



Il problema della manipolazione di triangoli ‘non reversibili’



Indicazioni Nazionali 2012

Obiettivi di apprendimento al termine della classe quinta della scuola primaria

Spazio e figure

...

Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione.

Riconoscere figure ruotate, traslate e riflesse.

...

Utilizzare e distinguere fra loro i concetti di perpendicolarità, parallelismo, orizzontalità, verticalità.

...

Teoria di van Hiele (1986)

Livello visuale: il bambino identifica le figure sulla base del loro aspetto, considerandole come un tutto e senza osservarne le proprietà; usa inoltre un linguaggio informale

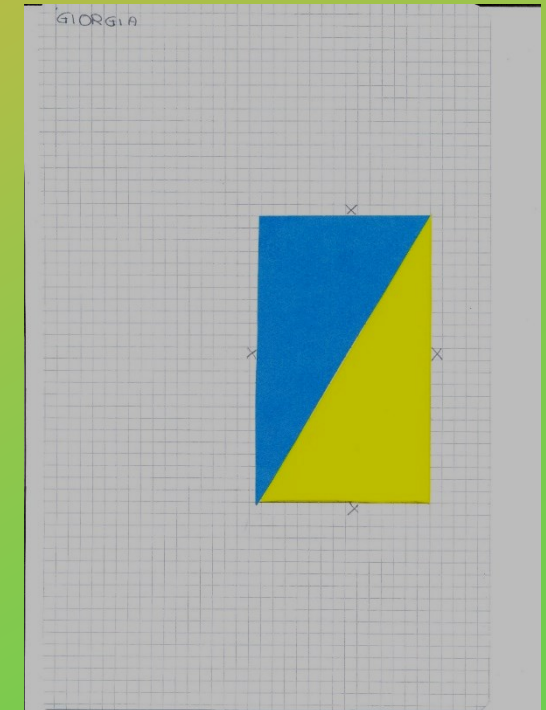
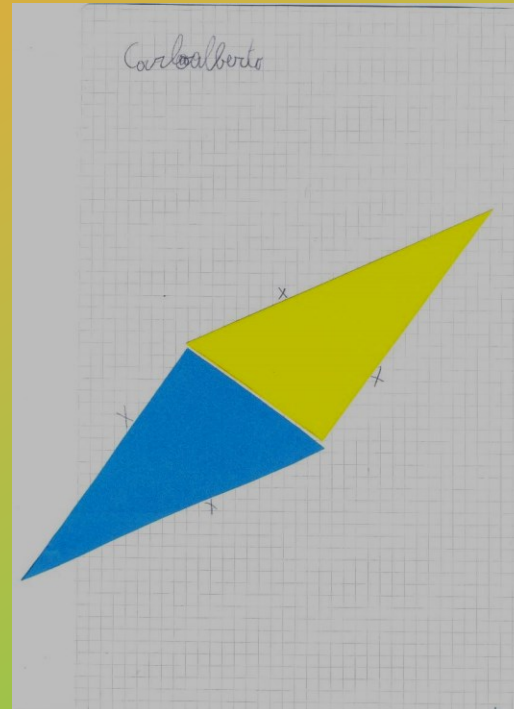
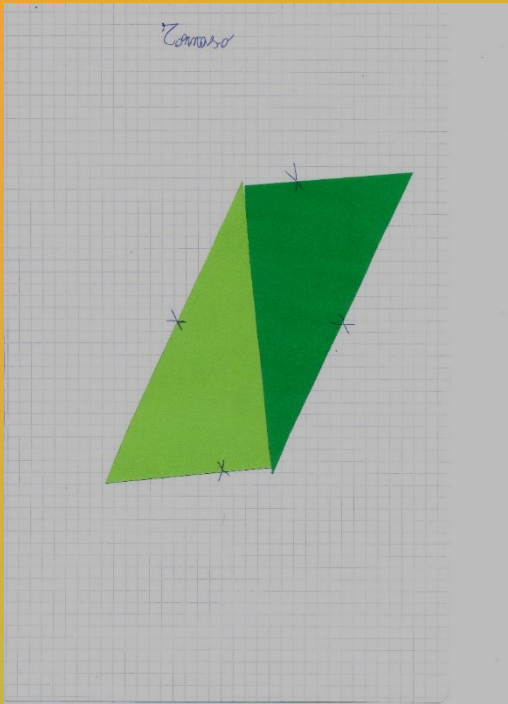
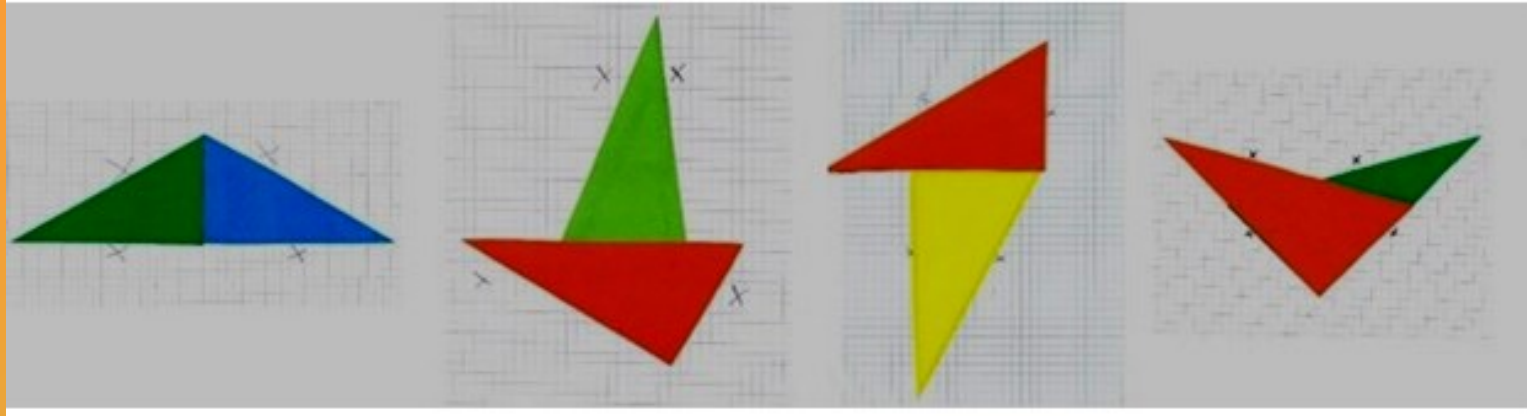
Livello descrittivo: gli allievi sono in grado di riconoscere le figure e di caratterizzarle in base alle loro proprietà geometriche, le sanno denominare

Livello razionale: relazioni tra le diverse proprietà di una figura nonché tra figure (trasformazioni geometriche)

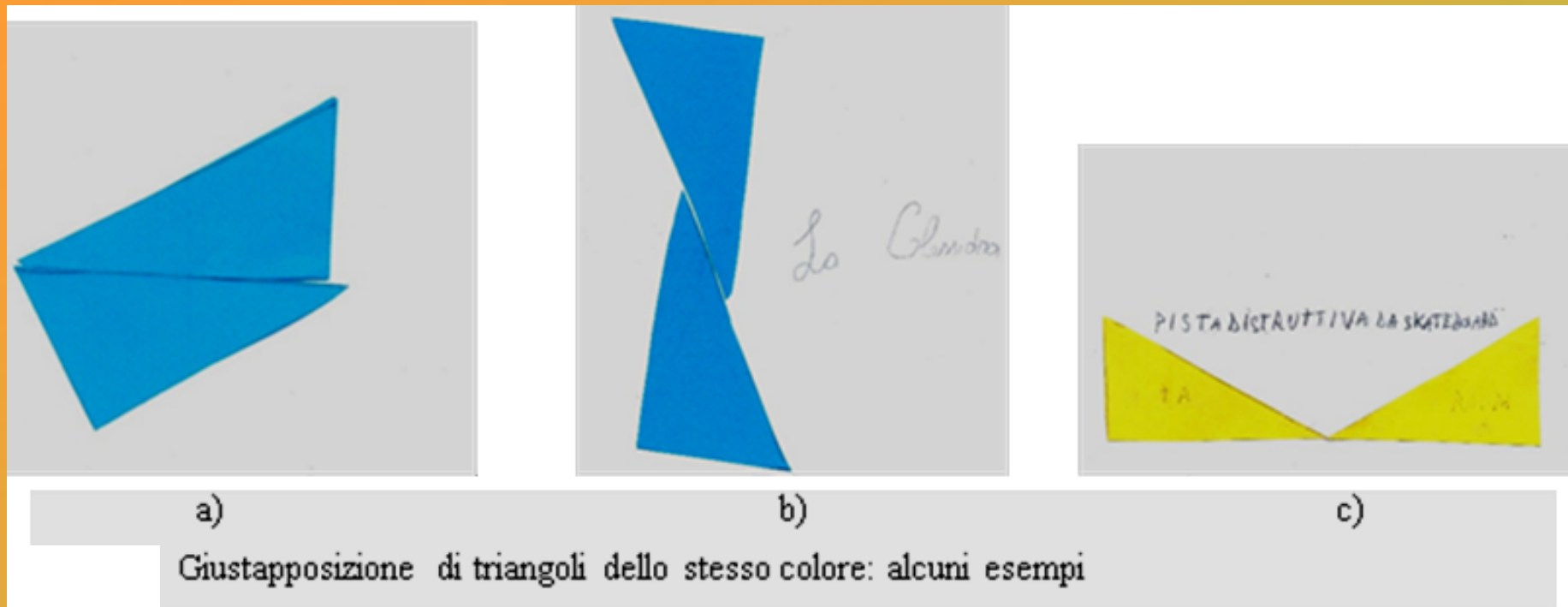
Livello deduttivo: lo studente comprende il ragionamento deduttivo (geometria euclidea)

Livello formale: lo studente comprende l'organizzazione di un sistema assiomatico ed è in grado di confrontare diverse teorie (geometria non euclidea)

Anno Scolastico 2016/17



Consegna 1: costruzione libera di figure



Analisi dei risultati: i 25 protocolli presentano sagome ottenute per giustapposizione dei due triangoli iniziali secondo le seguenti modalità: accostamento totale di lati (5 protocolli, tra cui 3 triangoli e 2 parallelogrammi), avvicinamento parziale di lati (11 protocolli), accostamento di vertici con lati (7 protocolli), accostamento di vertici (2 protocolli).

Si osserva inoltre che 13 sagome presentano centri o assi di simmetria.

Consegna 2: costruzione di figure in base ad un criterio

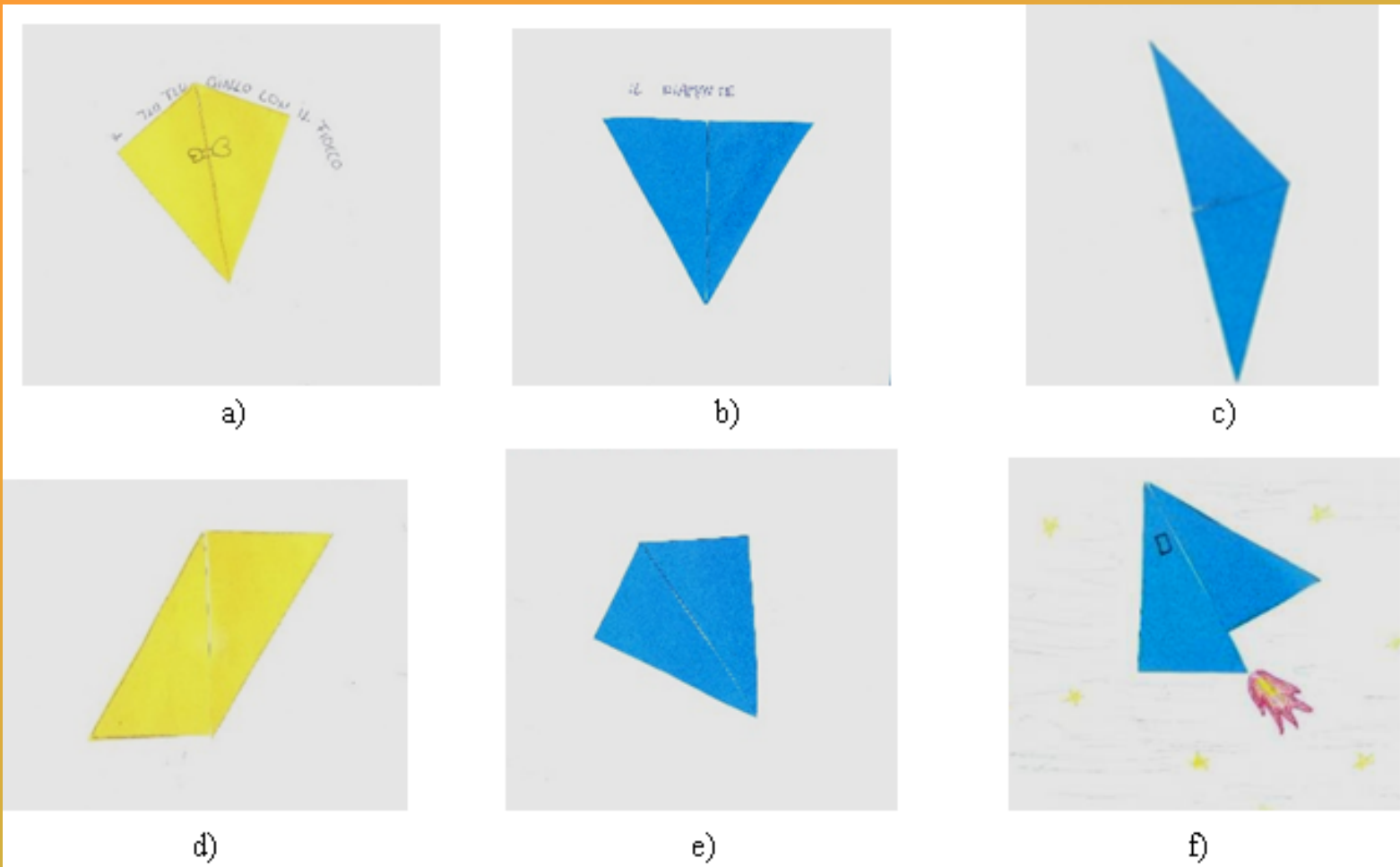
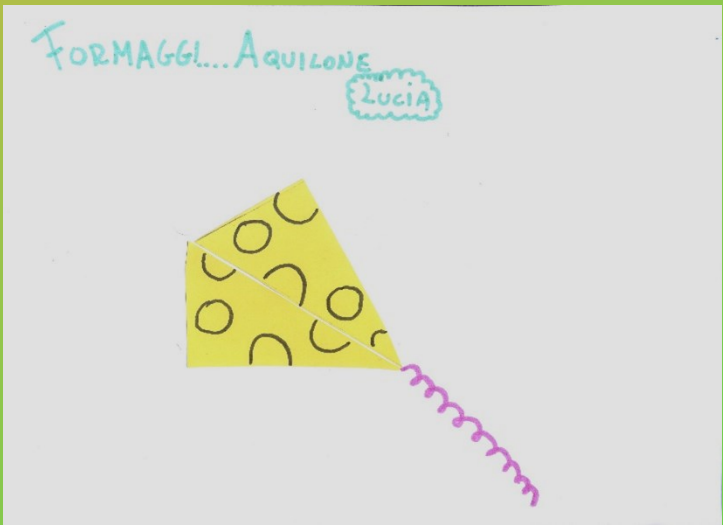
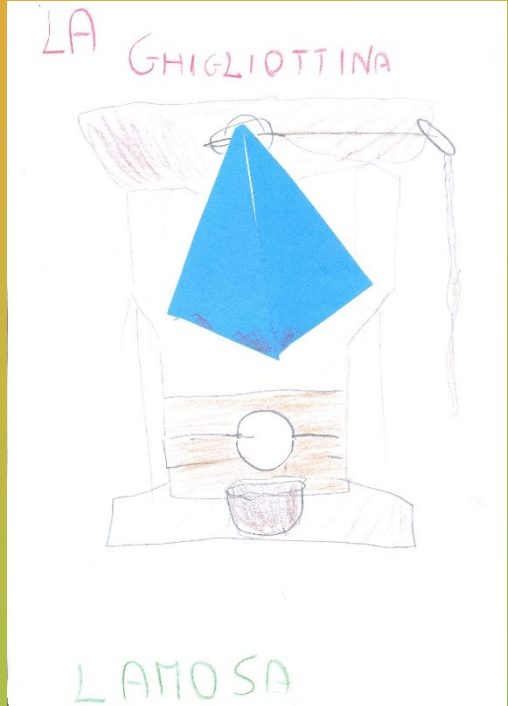
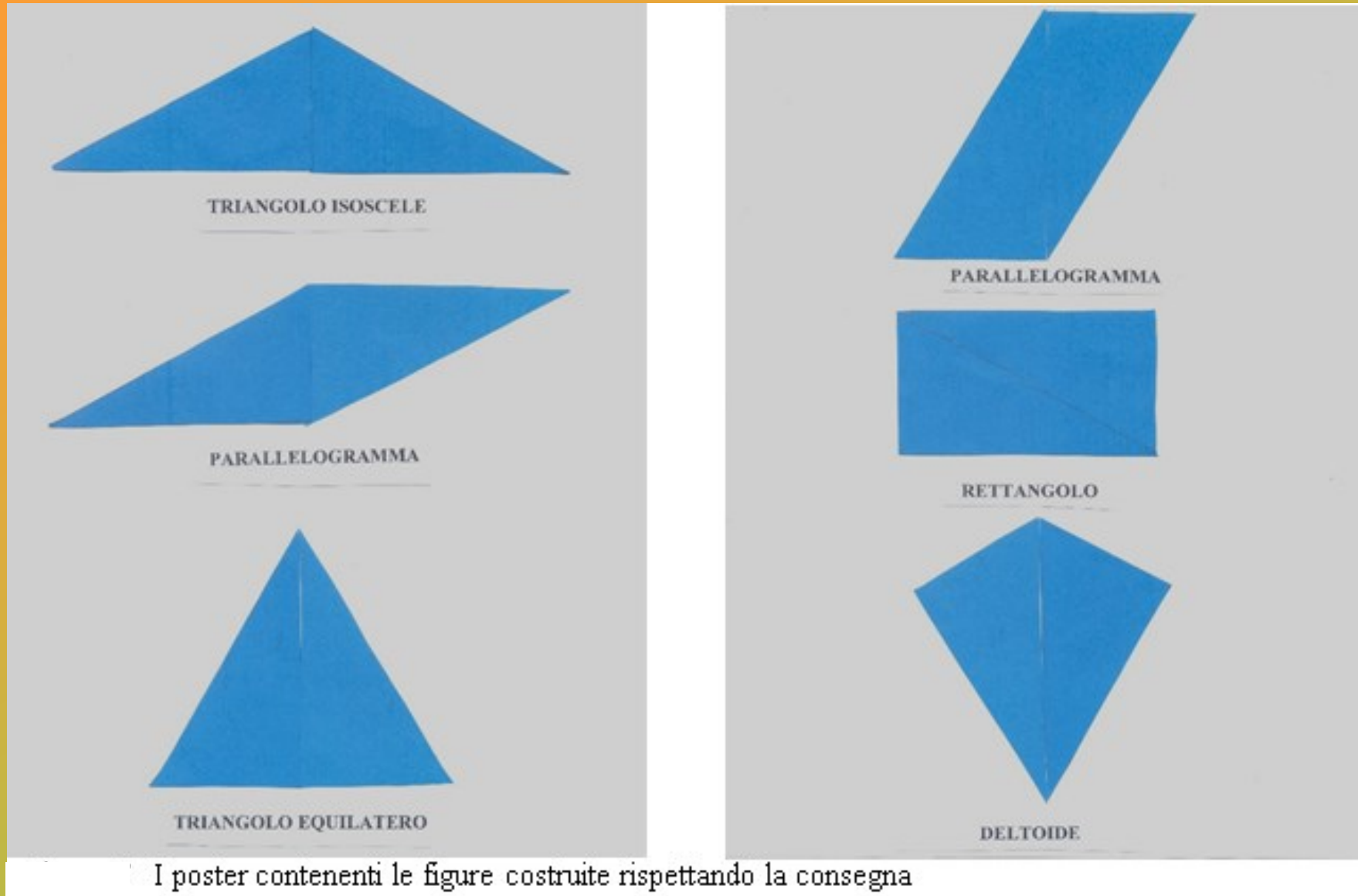


Figura 5 Giustapposizione di triangoli in modo che due lati ‘coincidano’: alcuni esempi

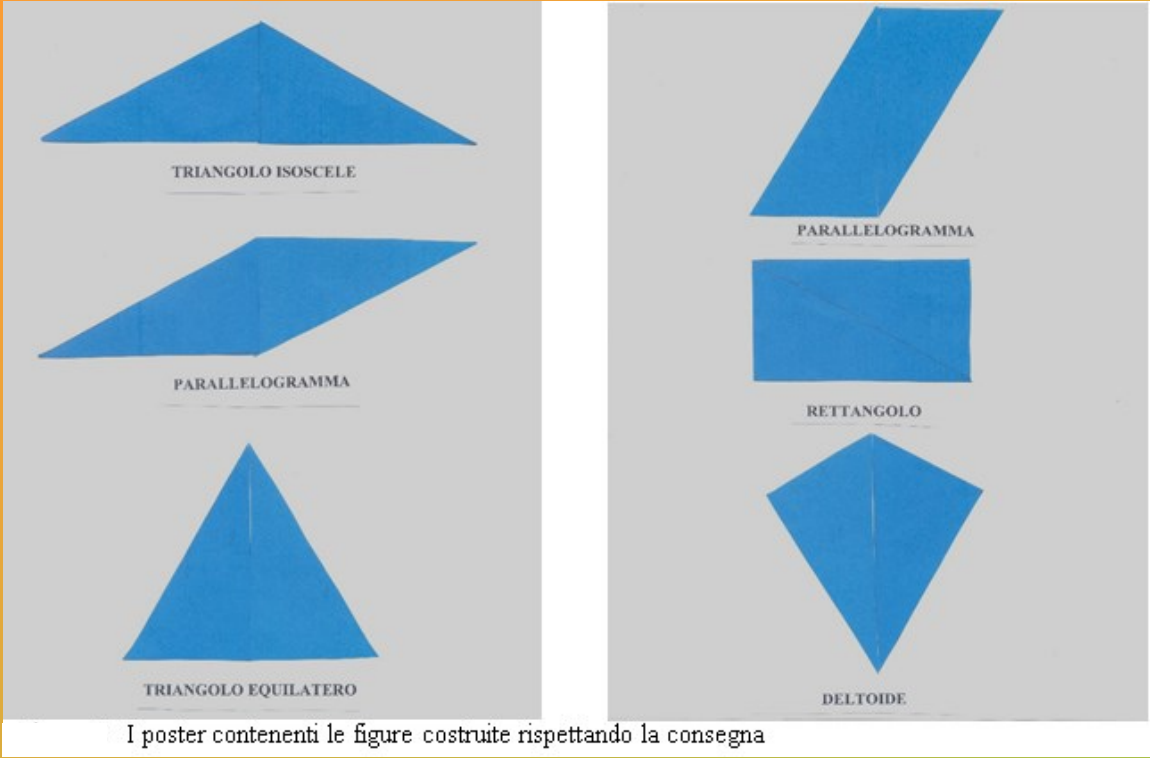


Consegna 3: un problema combinatorio

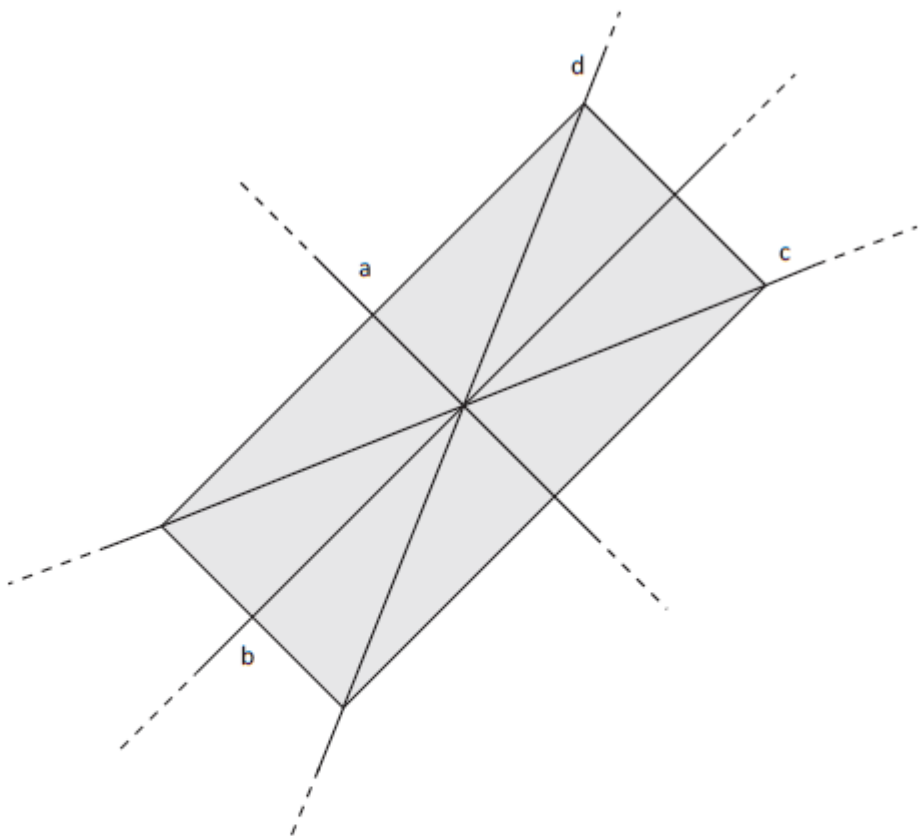
Consegna 4: costruiamo un poster e posizioniamo le etichette



Consegna 5: ricerca delle figure simmetriche
«Tra le sei figure del poster, ci sono figure simmetriche?
Se sì, quali?»

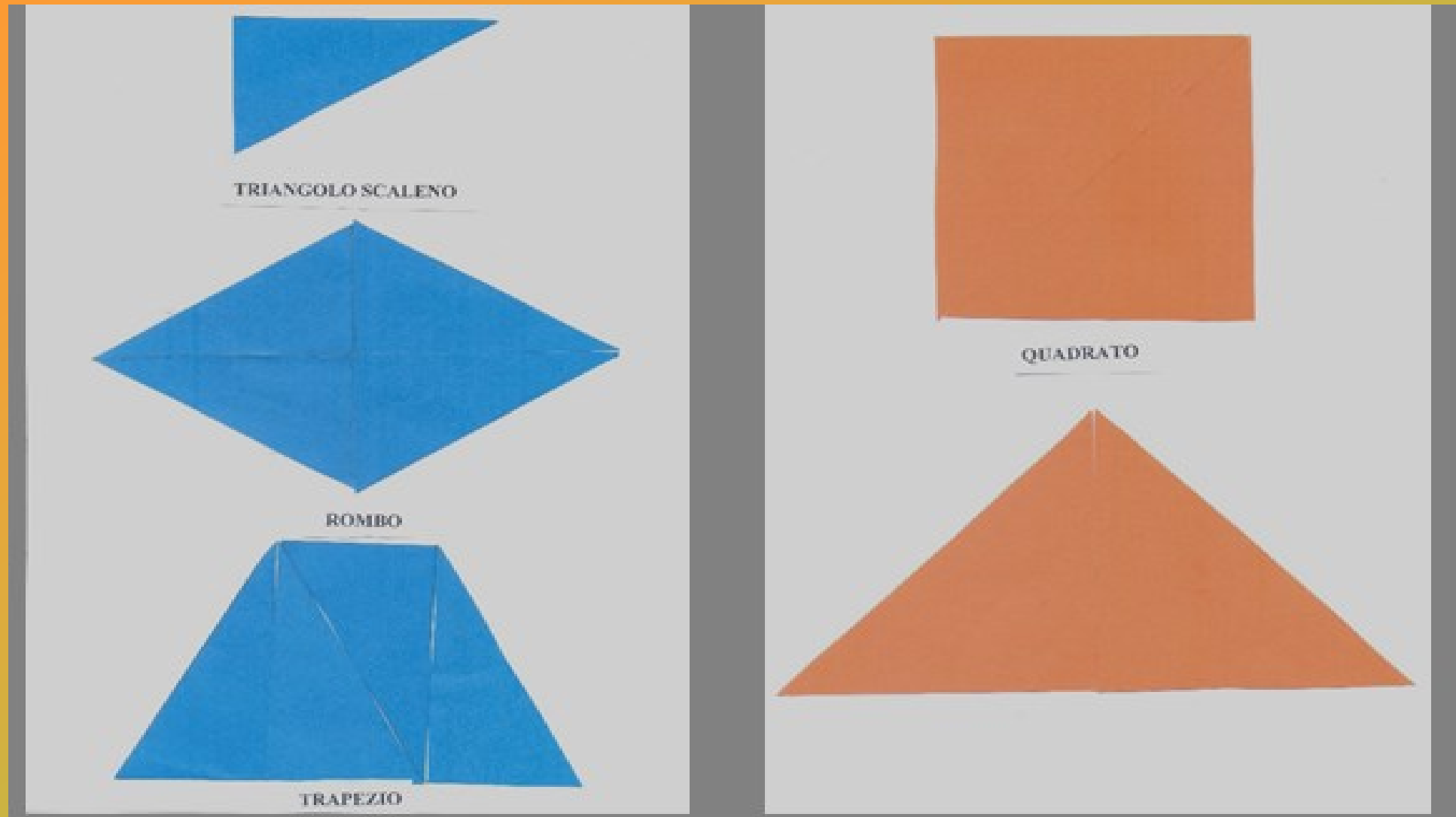


D1. Quali rette sono assi di simmetria del rettangolo?



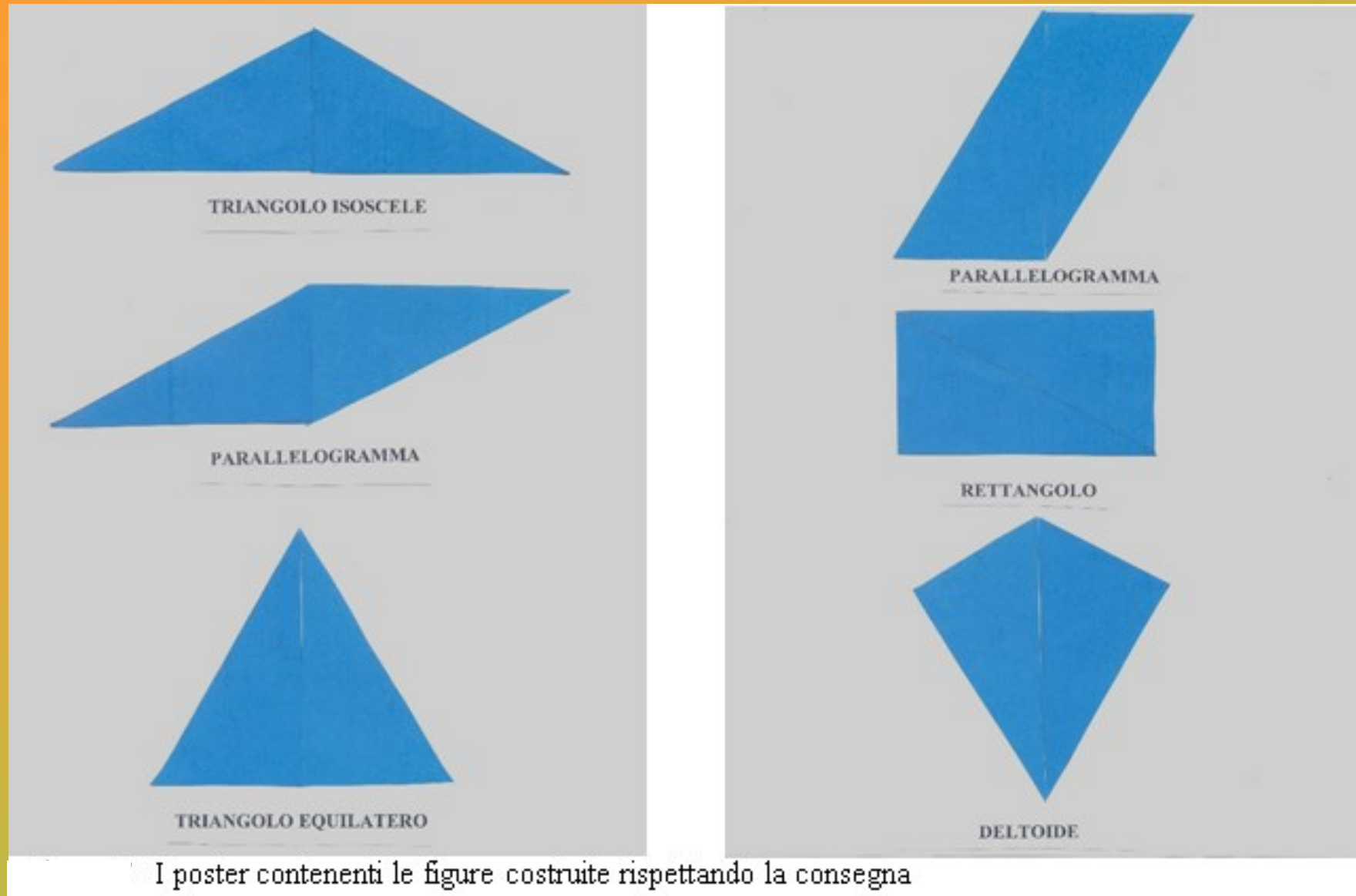
- A. ☐ La retta *a* e la retta *b*
- B. ☐ La retta *d* e la retta *c*
- C. ☐ La retta *a* e la retta *d*
- D. ☐ La retta *b* e la retta *c*

Due nuovi poster



Costruiamo due nuovi poster

Consegna 6: confrontiamo le aree

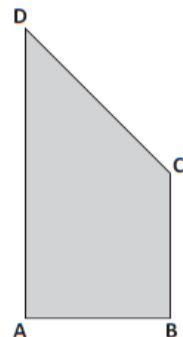


Consegna n° 7: confrontiamo i perimetri

Figura 1	$l+l+m+m$	$2l+2m$
Figura 2	$l+m+l+m$	$2l+2m$
Figura 3	$l+l+c+c$	$2l+2c$
Figura 4	$l+c+l+c$	$2l+2c$
Figura 5	$c+m+c+m$	$2m+2c$
Figura 6	$c+c+m+m$	$2m+2c$

Tabella 1: confronto di perimetri usando un po' di calcolo letterale

D11. Osserva il trapezio rettangolo disegnato qui sotto.



AD misura il doppio di BC.

BC è uguale ad AB.

Tutte le figure disegnate sotto sono state ottenute utilizzando due trapezi uguali al trapezio ABCD.



Figura 1

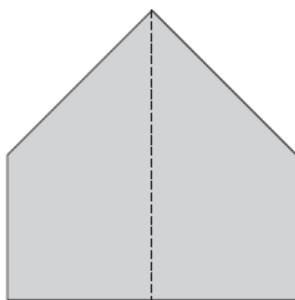


Figura 2

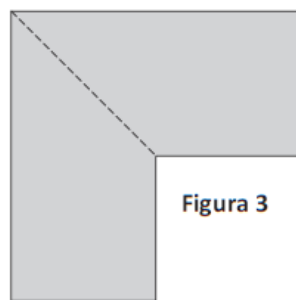


Figura 3

Completa la frase scrivendo al posto dei puntini una delle due parole che vedi sotto la riga di puntini.

Le tre figure hanno area e perimetro
(uguale/diversa) (uguale/diverso)

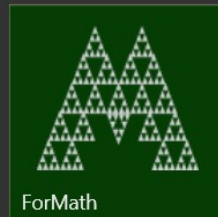
Risposte corrette 46,9%,
Risposte errate 50,9%,
Risposte mancate 2,2%

(Conflitto perimetro-area ?)

Gestinv 2.0 Archivio interattivo delle prove Invalsi

realizzato da Cervelli in Azione srl e ForMath srl. sviluppando un progetto realizzato per l'Invalsi da Sergio Zoccante

Informazioni



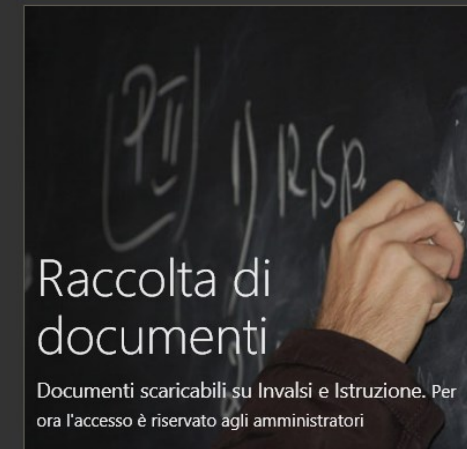
Matematica



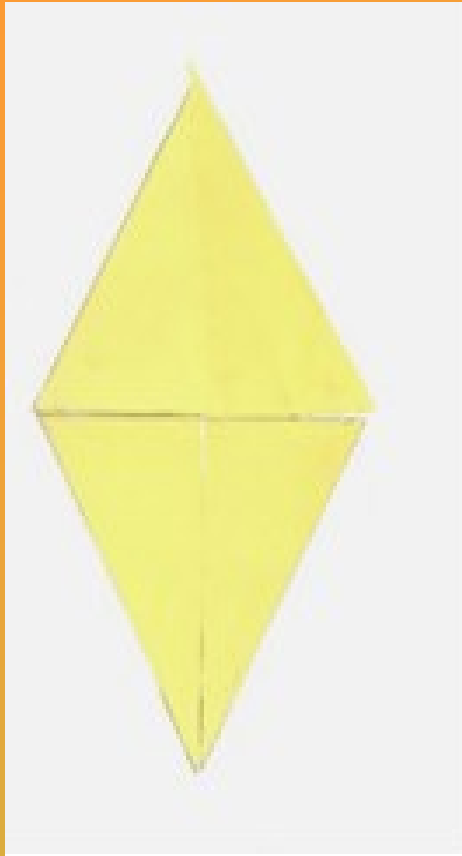
Italiano



Utilità



Consegna n° 6: costruiamo nuove figure



a)



b)



c)



d)

Costruzione di altre figure: alcuni esempi

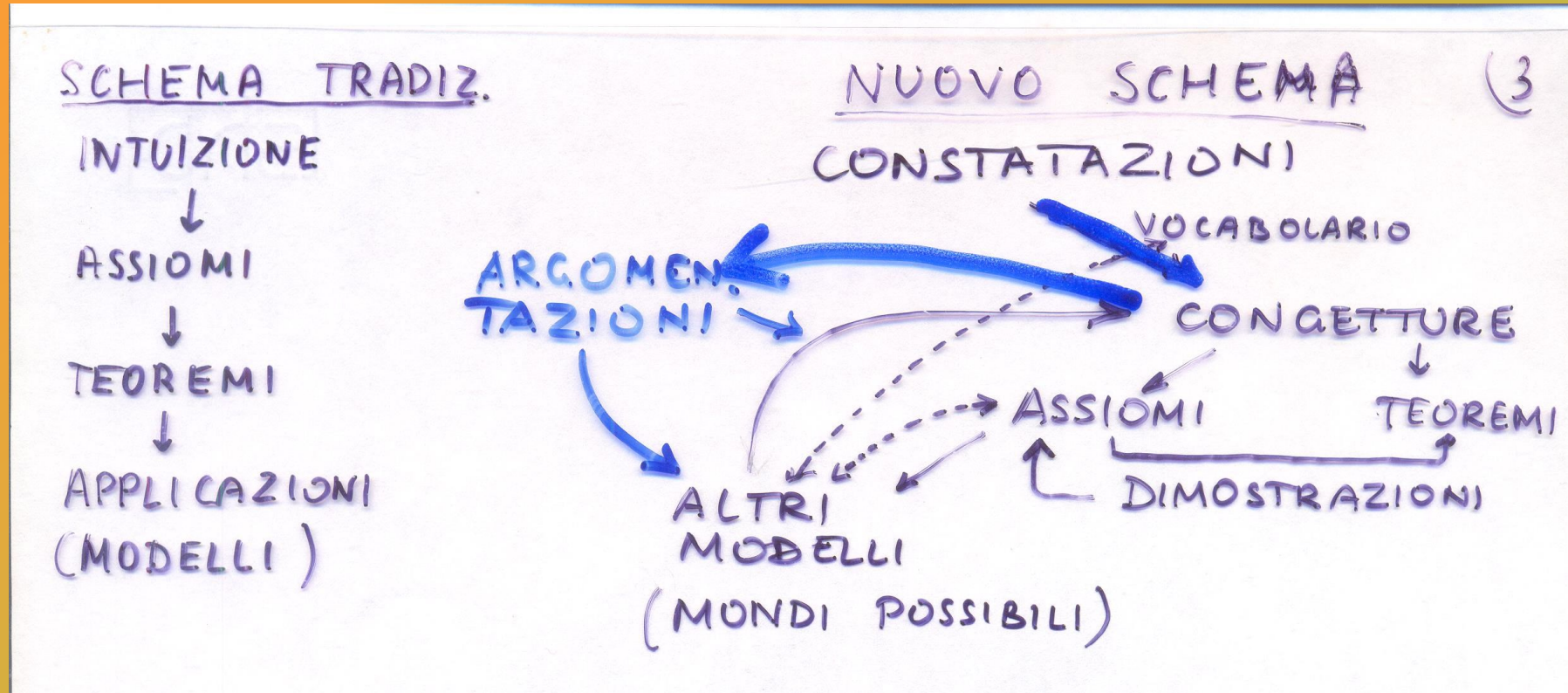
Vighi, P. (2016). Arte e pensiero geometrico nella Scuola dell'Infanzia.
In M. Iori (Ed.) *La matematica e la sua Didattica. Mathematics and Mathematics education.*
In occasion of the 70 years of Bruno D'Amore. Bologna: Pitagora, 513-523, ISBN 88-371-1927-5.

<https://rsddm.dm.unibo.it> (pp. 513-522)

Vighi, P. (2017). Dalle sagome alle figure geometriche. Un itinerario didattico sui quadrilateri.
Didattica della Matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula. Supsi Canton Ticino, (2).

<http://www.rivistaddm.ch/index.php/ultimo-volume-2/2017-02-vighi/> (pp. 130-150)

Grazie per l'attenzione



paola.vighi@unipr.it